

Der Einfluß der Turbulenz auf die Lüftung

Von E. F. M. van der Held

Warmte-Stichting, Utrecht, Holland

Der Einfluß der Turbulenz der Außenluft auf die Lüftung ist meines Wissens bis jetzt noch nicht berücksichtigt. Sowohl bei Tunnelmessungen an Modellen als auch bei Luftdurchlässigkeitsmessungen an Fenstern und Außentüren werden die Versuche mit konstantem Druckunterschied gemacht, also ohne Druckschwankungen. Der Einfluß der Turbulenz äußert sich hauptsächlich dadurch, daß die Lüftung auch bei verschwindendem mittleren Druckunterschied zwischen Außen- und Innenluft bestehen bleibt. Nach der Besprechung einiger Nebeneffekte wird ein Beispiel unter vereinfachenden Annahmen durchgerechnet und hieraus der zu erwartende Einfluß auf die Lüftung gefolgert.

Die Niederlande sind ein flaches Land. Der Westen hat außerdem nur wenig Bäume, so daß der Wind freies Spiel hat. Man sollte daher erwarten, daß man beim Bau der Häuser dies berücksichtigt. Nichts ist aber weniger wahr: Viele und große Fenster, nicht einmal Doppelfenster, und überdies mit Spalten und schlechten Verschlüssen versehen, sind normale Erscheinungen. Wenn infolge des Windes Druckunterschiede zwischen verschiedenen Hausfronten eines Gebäudes auftreten, wird Luft durch die Spalten strömen. Die einströmende Luft wird Lüftungsluft genannt und die Luftwechselzahl gibt an, wie oft in der Stunde die Raumluft erneuert wird. In Wohnräumen genügt eine Luftwechselzahl von etwa 1...2 pro Stunde. Die Druckunterschiede sind im Mittel von der Größenordnung von 1...4 mm Wassersäule. Der Luftwechsel ist nicht proportional mit dem Druckunterschied, aber mit einer Potenz dieser Größe, welche zwischen $\frac{1}{2}$ und 1 für die in der Praxis auftretenden Druckunterschiede ist. Wie entsteht diese Potenz? Um dies ausfindig zu machen, untersuchen wir erst ein enges Rohr. Hierin ist die durchströmende Menge proportional mit dem Druckunterschied. Und dann ein kleines Loch in einer dünnen Wand. Die Menge ist nun proportional mit der Wurzel aus dem Druckunterschied. Im allgemeinen kann der Druckunterschied Π , um die Menge w durch eine Öffnung strömen zu lassen, dargestellt werden durch eine Formel:

$$\Pi = Aw + Bw^2 \dots \dots \dots (1)$$

A und B sind Konstanten, abhängig von Abmessungen, Form und Wandrauigkeit der Kapillarröhren oder Löcher.

Setzen wir $\frac{Bw}{A} = x$ und $\frac{B\Pi}{A^2} = y$, dann wird (1):

$$y = x + x^2 \dots \dots \dots (2)$$

(Bild 1, worin $\log x$ gegen $\log y$ aufgetragen wurde). Hieraus folgt, daß eine doppellogarithmische Auftragung von w gegen Π für alle Röhren und Löcher vollkommen gleiche Kurven geben, welche nur gegeneinander verschoben sind, ohne Richtungsänderung der Asymptoten. Wir können diese Kurven charakterisieren mit dem Schnittpunkt ihrer Asymptoten.

Denkt man sich nun eine Spalte in einer großen Zahl kleiner Unterteile aufgeteilt und definiert w als die Menge pro cm Spaltlänge und pro Stunde durchströmend, dann wird jeder

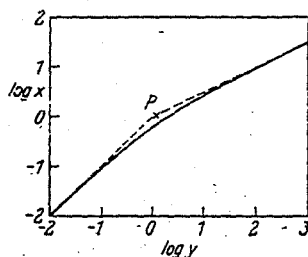


Bild 1. Abhängigkeit des $\log x$ von $\log y$ zu der Formel (2) $y = x + x^2$.

dieser Unterteile eine Charakteristik haben wie (1), aber jeder mit seinem eigenen charakteristischen Punkt. In einem $\log w - \log \Pi$ -Diagramm werden diese Punkte um einen Mittelwert streuen, welcher unterhalb des Schnittpunktes der Asymptoten der Gesamtlüftung liegt. Auch die Meßwerte werden etwas unterhalb der Kurve nach Formel (1) mit denselben Asymptoten wie diejenigen der Gesamtlüftung liegen. Als Beispiel sind in Bild 2 zwei Kurven gezogen und zwar Kurve I mit P_1 als charakteristischem Punkt, und Kurve II, welche die Summe von zwei Kurven mit P_{2a} und P_{2b} als charakteristischen Punkten ist.

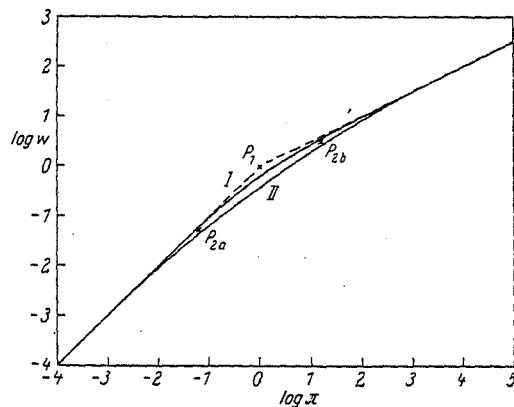


Bild 2. Abhängigkeit des $\log w$ von $\log \Pi$
Kurve I: Charakteristischer Punkt P_1 ; Kurve II: Summe von 2 Kurven mit den charakteristischen Punkten P_{2a} und P_{2b} .

Man hat dafür Sorge getragen, daß für sehr große und sehr kleine Werte von Π Kurven I und II zusammenfließen. Man sieht, daß II unter I liegt und daß die Kurve II im Gebiet zwischen P_{2a} und P_{2b} gerader verläuft als die Kurve I. In Wirklichkeit ist eine Lüftungscharakteristik aus so vielen Teilkurven aufgebaut, daß sie manchmal innerhalb der Meßfehler im Gebiet der gemessenen Π -Werte eine Gerade wird, d. h.: w ist proportional einer Potenz n von Π gelegen zwischen $\frac{1}{2}$ und 1, d. i. also

$$w = C \Pi^n \dots \dots \dots (3)$$

Man soll sich aber bewußt bleiben, daß bei niedrigen Druckunterschieden die Lüftung proportional dieses Druckunterschiedes werden soll und bei hohen proportional der Quadratwurzel. Turbulenz in den Spalten haben wir außer Betracht gelassen, da nur unter abnormalen Umständen die kritische Zahl von Reynolds überschritten werden wird.

Bei vielen untersuchten Fenstern ergaben sich starke Leckagen zwischen Mauer und Rahmen. Da die Öffnung dieser Spalte an der Innenseite der Mauerfläche entlang verläuft, nämlich zwischen Leiste und Mauer, wird die einströmende Luft nicht als Zug wahrgenommen. Die Wärmeverluste aber sind darum nicht geringer.

Durch diese Untersuchungen wissen wir die einströmende Menge bei verschiedenen Druckunterschieden zwischen außen und innen. Aber welche Unterschiede kann man erwarten? Die meteorologischen Stationen geben Beobachtungen der Windstärke auf 6 m Höhe auf freiem Felde. Wie sind diese zu Drücken auf die verschiedenen Fassaden von Gebäuden sowohl auf freiem Felde als auch in der Stadt umzurechnen? Diese Frage kann nur durch Messen beantwortet werden. Nökkentved und Irminger haben Messungen

an verkleinerten Modellen im Windtunnel gemacht¹⁾. Bei der Kenntnisnahme deren Resultate drängt sich die Frage auf: Wie kann man diese für die Berechnung der Lüftung benutzen? Hierzu müssen erst zwei weitere Fragen beantwortet werden, nämlich:

1. Wie groß ist die Windstärke, welche in die Formel einzusetzen ist, wenn aus meteorologischen Daten eine bestimmte Windstärke auf 6 m Höhe auf freiem Felde gegeben ist und
2. wie kann man aus Windtunnelwahrnehmungen, wobei die Turbulenz soweit wie möglich unterdrückt ist, die Daten für die Berechnungen bei stark turbulirender Außenluft herleiten?

Man sieht, daß man ohne nähere Untersuchung die Windtunnelmessungen nicht gebrauchen kann. Businger²⁾ hat auf experimentellem Wege diese Fragen zu beantworten versucht. Zugleich mit Druckmessungen an den Außenfronten des Physikalischen Institutes zu Utrecht, und zwar für den höchsten Stock, welcher über die angrenzenden Gebäude herausragt, wurde die Windstärke auf ungefähr 5 m über dem flachen Dach beobachtet und mit den meteorologischen Daten von De Bilt verglichen. Dadurch war er imstande, die dänischen Messungen mit seinen eigenen zu vergleichen (Bild 3). Er gibt die folgende Zusammenfassung der Erscheinungen, welche ihre Ursache in der Turbulenz haben:

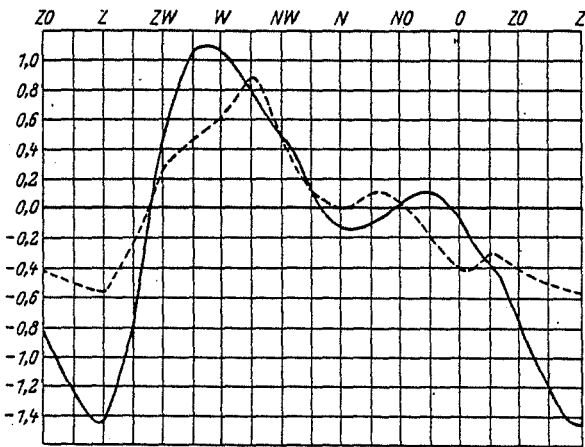


Bild 3. Druckunterschied $\frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho v^2}$ in Abhängigkeit von der Windrichtung zwischen 2 Fassaden des physikalischen Labors Utrecht. Nach Businger mit Turbulenz; nach Nökkentved und Irminger an einem Gebäude unter den gleichen Umständen. Stationär.

1. In einer Figur, worin der Druckunterschied als Funktion der Windrichtung aufgetragen ist, sind die Maxima und Minima in der freien Natur weniger scharf ausgeprägt als bei den Windtunnelmessungen. Die Windrichtung schaukelt um ein Mittel herum, und um so stärker, je größer die Turbulenz ist. Die Mittelung der Windtunnelmessungen über jeweils 30° gibt eine ungefähr gleiche Nivellierung.
2. Bei derselben mittleren Windgeschwindigkeit \bar{v} nimmt der Staudruck mit der Turbulenz zu. Wenn die mittlere Abweichung $m\bar{v}$ beträgt, wird der Staudruck $1 + \frac{1}{2} m^2 = 1 + 2 T^2$ mal so groß wie ohne Turbulenz (T heißt der Turbulenzgrad).
3. An der Leeseite und an den Flächen parallel zur Strömung wird der Druck ebenfalls erhöht. Man erwartet theoretisch $\frac{1}{2} \rho m^2 \bar{v}^2$, aber dies verlangt noch eine experimentelle Bestätigung. Ist dies aber richtig, dann wird der Druckunterschied zwischen der Vorder- und Hinterfassade zufolge der Turbulenz ebenfalls erhöht, aber viel weniger als nach der Staudruckerhöhung erwartet wurde.
4. Bei gleichbleibender Geschwindigkeit und Richtung des Windes wird bei zunehmender Turbulenz der Innendruck und die Lüftung sich ändern, und zwar um so stärker, je kleiner n ist (Gl. 3).
5. Der Innendruck wird erhöht (Maximum 10 vH), je rauer oder je mehr profiliert die Außenoberfläche ist, wie aus Experimenten mit einfachen Modellen herauskam.

Erläuterungen zu 2. und 3.: Bei gerader Laminarströmung gibt es senkrecht zur Stromrichtung keinen Gradient des statischen Druckes. Bei Turbulenz dagegen ist dieser durch die Formel

¹⁾ Nökkentved, Chr. u. Irminger, J. O. V.: Windpressure on Buildings. Ingeniörvidenskabelige Skrifter. A 42 (1936), Kopenhagen.
²⁾ Businger, J. A.: Vacantie-Leergang 1948 der Warmte-Stichting, S. 54.

$$\frac{\delta p}{\delta z} = -\rho \frac{\delta (v_z^2)}{\delta z}$$

gegeben, mit v_z^2 dem mittleren Quadrat des Komponenten der Luftbewegung senkrecht zur Hauptströmung. Da $v_z^2 = \frac{1}{3} m^2 \bar{v}^2 = T^2 \bar{v}^2$ ist, wird also der Druckfall in Abhängigkeit vom Abstand von der Oberfläche

$$p_0 - p = \frac{1}{3} \rho m^2 \bar{v}^2 = \rho T^2 \bar{v}^2 \quad (4)$$

Erläuterung zu 4.: Ist $n = 1$, dann ist die durchströmende Menge proportional zum Druckunterschied Δp Innen-Außen. Im Mittel nach der Zeit und über allen Mauerteilen wird ebensoviel Luft aus- als einströmen, d. h.

$$\iint \Delta p \, dO \, dt = 0 \quad (5)$$

oder der Innendruck ist gleich dem Mitteldruck über allen Außenfronten. Ist dagegen $n \neq 1$, z. B. $= \frac{1}{2}$, dann ist proportional zu $(\Delta p)^n$, woraus folgt, wenn $(\Delta p)^n$ das Mittel von $(\Delta p)^n$ nach der Zeit darstellt

$$\int (\bar{\Delta p})^n \, dO = 0 \quad (6)$$

Diese Formel ergibt einen anderen Innendruck wegen

$$1. (\bar{\Delta p})^n \neq \overline{(\Delta p)^n} \text{ und } 2. \int (\Delta p)^n \, dO : \int dO \neq \left(\int \Delta p \, dO : \int dO \right)^n$$

Da der Turbulenzgrad der Außenluft stark abhängt vom Wittertypus, ist es verständlich, daß die Streuung der Meßresultate ausgedrückt in $\frac{1}{2} \rho \bar{v}^2$ als Einheit unzulässig groß ist. Um aus den Messungen der Luftdurchlässigkeit von Fenstern und Außentüren die Lüftung für einen bestimmten Raum herleiten zu können, hat man nun zu berücksichtigen, daß die Druckunterschiede zwischen außen und innen nicht konstant sind. Wenn z. B. im Mittel der Druckunterschied und die Temperaturdifferenz zwischen Außen- und Innenluft null ist, dann wird doch eine beträchtliche Lüftung stattfinden, falls der Außendruck zufolge der Turbulenz genügend schwankt. Denn in diesem Falle ist in einem Moment der Außendruck z. B. höher als der Innendruck und es strömt Luft durch die Spalten ins Zimmer hinein; im nächsten Augenblick aber ist der Außendruck niedriger als der Innendruck und die Stromrichtung kehrt in den Spalten um.

Es gibt nun zwei Effekte, den Formeffekt und den Temperatureffekt, welche die Erscheinungen noch komplizierter machen. Diese Effekte sind am stärksten für Räume, welche nur durch Spalten in einer Außenwand mit der Außenluft in Verbindung stehen und also keinen Luftaustausch mit anderen Räumen im Gebäude haben.

Der Formeffekt

Wenn man zwei Gefäße, eines mit einer sehr kleinen Öffnung in einer der Wände (vorzugsweise einer flachen Wand) und das andere mit einem Kapillarrohr als Verbindung mit der Außenluft im Winde hält, so daß die beiden Öffnungen gleicherweise vom Winde getroffen werden, zeigt ein Manometer, zwischen den beiden Gefäßen eingeschaltet, einen Druckunterschied an, wie aus den Gl. (5) und (6) folgt. Um eine ruhige Anzeige des Manometers zu bekommen, sind die Widerstände der Öffnungen groß zu machen und nahezu gleich. Da Temperaturänderungen viel größere Effekte verursachen, hat man darauf zu achten, daß die Temperaturen konstant bleiben. Um den Windangriff für beide Öffnungen gleich zu machen, ist das Kapillarrohr am Außenende mit einer flach anliegenden Platte derselben Abmessungen und Orientierung wie jener der Wand des anderen Gefäßes mit dem Loch zu versehen. Man wird konstatieren, daß der Druckunterschied bis ungefähr 45° unabhängig vom Winkel zwischen Einfallsrichtung und Normale auf den durchbohrten Wänden ist.

Es gibt Fälle, in welchen die Gl. (5) und (6) denselben Innendruck geben. Das kann man wie folgt einsehen: Angenommen, es gäbe einen schnell wechselnden Außendruck, welcher während des Teiles α der Zeit den Wert p_1 hat und während

des Teiles $1 - \alpha$ den Wert p_2 . Für beide Gefäße gilt, daß ebensoviel Luft αw_1 hineinströmt, als hinaus $(1 - \alpha) w_2$, also für das Gefäß mit dem Kapillarrohr (Innendruck = mittlerer Außendruck \bar{p})

$$\alpha (p_1 - \bar{p}) = (1 - \alpha) (\bar{p} - p_2)$$

und für das Gefäß mit dem Loch (Innendruck p)

$$\alpha \sqrt{p_1 - p} = (1 - \alpha) \sqrt{p - p_2}$$

der

$$p - \bar{p} = \frac{\alpha (1 - \alpha) (2\alpha - 1)}{\alpha^2 + (1 - \alpha)^2} (p_1 - p_2) \quad (7)$$

Bild 4, $f(\alpha) (p_1 - p_2) = p - \bar{p}$. Dieser Druckunterschied hat zwei Extremwerte für $\alpha = \frac{1}{2} (1 \pm \sqrt{5} - 2) = 0,25707$ und $0,74293$, welche bzw. $\mp 0,15014 (p_1 - p_2)$ sind. Für $\alpha = \frac{1}{2}$ ist $p = \bar{p}$, also kein Druckunterschied zwischen den Gefäßen.

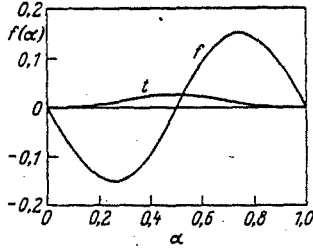


Bild 4. Darstellung $f(\alpha) (p_1 - p_2) = p - \bar{p}$ und $t(\alpha) (p_1 - p_2) = p - p'$ mit $T_1/T_2 = 0,9$.

Im allgemeinen kann man sagen, daß es keinen Druckunterschied geben wird, wenn die Frequenzkurve des Druckes symmetrisch in bezug auf den Mitteldruck ist. Daß wir einen Druckunterschied beobachten, heißt also, daß die Frequenzkurve des Außendruckes asymmetrisch ist.

Ersetzt man das Manometer zwischen den Gefäßen durch eine offene Verbindung, dann wird hierdurch Luft strömen, und zwar, wenn $\alpha > 0,5$, vom Gefäß mit einem Loch zum Gefäß mit dem Kapillarrohr. Da die Charakteristiken der verschiedenen Unterteile der Spalten verschiedene Exponenten haben, wird der eine Einzelteil mehr Kapillarcharakter haben und ein anderer mehr Lochcharakter. Die Asymmetrie der Frequenzkurve des Winddruckes verursacht demzufolge eine Extralüftung, welche für jedes Fenster wieder einen anderen Wert haben wird.

Der Temperatureffekt

Im Winter kann es einen großen Temperaturunterschied, also auch einen großen Dichteunterschied zwischen der Innen- und Außenluft geben. Der Widerstand im Loch wird dementsprechend verschieden sein für die ein- und ausströmende Luft. Dies wird aber im Kapillarrohr kaum der Fall sein, weil die durchströmende Luft sich mehr oder weniger der Rohrtemperatur anpaßt und die Rohrwand bei schnell wechselnden Richtungsänderungen der Strömung nicht imstande ist, der Lufttemperatur zu folgen. Wir betrachten deshalb nur die Erscheinungen im Loch, gesetzt der Fall, die absolute Temperatur ist draußen 10 vH niedriger als im Zimmer. Ferner soll wieder im Mittel die einströmende Luftmenge im Gewicht gleich der ausströmenden sein.

Wir denken uns den Außendruck in gleicher Weise schwappend wie im vorigen Fall. Nun ist

$$\alpha w_1 \rho_1 D = (1 - \alpha) w_2 \rho_2 D,$$

wobei w das einströmende Volumen pro Zeiteinheit, ρ die Dichte der Luft und D der Durchschnitt des Loches ist. Der Index 1 zeigt an, daß die Größen sich beziehen auf die Außenluft und 2 auf die Innenluft.

Nun ist $w_1 = C \sqrt{\frac{p_1 - p}{\rho_1}}$ und $w_2 = C \sqrt{\frac{p - p_2}{\rho_2}}$ mit

der in beiden Fällen gleichen Konstante. Hieraus folgt, daß

(*) $\frac{1}{T}$ ist:

$$\alpha \sqrt{\frac{p_1 - p}{T_1}} = (1 - \alpha) \sqrt{\frac{p - p_2}{T_2}}$$

$$\text{oder } p = \frac{\alpha^2 T_2 p_1 + (1 - \alpha)^2 T_1 p_2}{\alpha^2 T_2 + (1 - \alpha)^2 T_1}$$

$$\text{Für } T_2 = T_1 \text{ ist } p = p' = \frac{\alpha^2 p_1 + (1 - \alpha)^2 p_2}{\alpha^2 + (1 - \alpha)^2}$$

Die Druckerhöhung zufolge des Temperaturunterschiedes ist also

$$p - p' = \frac{\alpha^2 (1 - \alpha)^2 (T_2 - T_1) (p_1 - p_2)}{[\alpha^2 + (1 - \alpha)^2] [\alpha^2 T_2 + (1 - \alpha)^2 T_1]} \quad (8)$$

(Bild 4, $t(\alpha) (p_1 - p_2) = p - p'$ mit $T_1/T_2 = 0,9$). Das Maximum liegt

$$\text{bei } \alpha = \frac{\sqrt{T_1/T_2}}{1 + \sqrt{T_1/T_2}} \text{ und beträgt } \frac{1 - \sqrt{T_1/T_2}}{1 + \sqrt{T_1/T_2}} (p_1 - p_2).$$

Ist z. B. $T_1/T_2 = 0,9$, dann liegt das Maximum bei $\alpha = 0,493$ und es ist $p - p' = 0,0263 (p_1 - p_2)$. Man sieht hieraus, daß der Temperatureffekt da ist, aber in der Praxis vernachlässigt werden darf.

Lüftung zufolge der Böigkeit der Außenluft

Einfachheitshalber nehmen wir für die Berechnung die folgenden Voraussetzungen an:

1. Der betrachtete Raum steht nur mittels enger Spalten in Verbindung mit der Außenluft, so daß $p_u - p = Aw$ mit $p_u =$ Außendruck, $p =$ Innendruck, $w =$ pro Zeiteinheit einströmender Luft und $A =$ Konstante.
2. Die Zeitabhängigkeit des Außenluftdruckes kann dargestellt werden durch $p_u = p_0 + \pi_u = p_0 + C \sin \omega t$. Es zeigt sich, daß der Innendruck die Form hat $p = p_0 + \pi = p_0 + K \sin \omega (t - t_0)$. Diese Annahme entspricht gewiß nicht der Wirklichkeit. Wir haben sie gemacht, um ein Bild der Erscheinungen zu bekommen.
3. Die Kompression und Expansion der Zimmerluft geht adiabatisch vor sich, d. h. $\frac{dp}{p} = \kappa \frac{dV}{V}$. Da die Druckschwankungen in Betracht des Totaldruckes klein sind, dürfen wir für p den Mitteldruck \bar{p} nehmen und für V das Volumen des Raumes. dV ist dann die in der Zeit dt ein- oder ausgeströmte Luft $w dt$. Wir finden so $\frac{dp}{dt} = \frac{\kappa \bar{p}}{V} w = \frac{\kappa \bar{p}}{V A} (p_u - p) = L (p_u - p)$. L können wir den Kompressionsgeschwindigkeitsfaktor nennen.

Tragen wir hierin die Werte für p_u und p aus 2. ein, dann stellt sich heraus, daß diese Gleichung erfüllt wird, wenn

$$K = \frac{L C}{\sqrt{L^2 + \omega^2}} \text{ und } t_0 = \frac{1}{\omega} \arctan \frac{\omega}{L}.$$

Die Lüftung w_v finden wir, wenn wir die per Periode einströmende Menge durch die Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$ teilen. Nun ist $w = \frac{1}{A} (p_u - p) =$

$$\frac{C}{A} \{ \sin \omega t - \cos \omega t_0 \cdot \sin \omega (t - t_0) \} = \frac{C}{A} \sin \omega t_0 \cos \omega (t - t_0).$$

Die Einströmung findet statt, solange $\cos \omega (t - t_0)$ positiv ist, also zwischen $t_0 - \frac{\pi}{2\omega}$ und $t_0 + \frac{\pi}{2\omega}$. Die Lüftung wird also

$$w_v = \frac{\omega}{2\pi} \int_{t_0 - \frac{\pi}{2\omega}}^{t_0 + \frac{\pi}{2\omega}} w dt = \frac{C}{\pi A} \sin \omega t_0 = \frac{\omega C}{\pi A \sqrt{L^2 + \omega^2}} \quad \text{z. B. in m}^3/\text{h} \quad (9)$$

Teilen wir durch V , dann finden wir die gesuchte Luftwechselzahl

$$\frac{w_v}{V} = \frac{\omega C}{\pi A V \sqrt{L^2 + \omega^2}} = \frac{\omega L C}{\pi \kappa \bar{p} V \sqrt{L^2 + \omega^2}} \quad (9a)$$

Bis jetzt haben wir den Fall betrachtet, daß der Raum nur mit der Außenluft in Verbindung steht. Wir nehmen nun an,

daß der Raum auch mit anderen Räumen Luft austauschen kann und einfachheitshalber, daß diese Räume einen konstanten Druck p_c haben.

Die Differentialgleichung wird in diesem Falle

$$\frac{dp}{dt} = L_0(p_u - p) - L_1(p - p_c) = L_0 p_u + L_1 p_c - (L_0 + L_1)p$$

Der Index 0 bezieht sich auf die Öffnungen in der Außenwand und der Index 1 auf diejenigen in Innenwänden.

Setzen wir wieder $p_u = \bar{p}_u + C \sin \omega t$ und $p = p_0 + K \sin \omega(t - t_0)$, dann finden wir

$$p_0 = \frac{L_0 \bar{p}_u + L_1 p_c}{L_0 + L_1}, \quad K = \frac{L_0 C}{\sqrt{\omega^2 + (L_0 + L_1)^2}}$$

und $t_0 = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{L_0 + L_1}$

Hiermit wird

$$p_u - p = R_0 A_0 [\varphi + \sin \omega(t - t_2)],$$

$$\text{mit } R_0 = \frac{C}{A_0} \sqrt{\frac{\omega^2 + L_1^2}{\omega^2 + (L_0 + L_1)^2}},$$

$$\varphi = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega}{L_0 + L_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega}{L_1}\right)^2}} \frac{\bar{p}_u - p_c}{C}$$

$$\text{und } t_2 = -\frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\omega L_0}{\omega^2 + L_1(L_0 + L_1)}$$

$$\text{und } p - p_c = R_1 A_1 [\psi + \sin \omega(t - t_1)]$$

$$\text{mit } R_1 = \frac{C}{A_1} \frac{L_0}{\sqrt{\omega^2 + (L_0 + L_1)^2}},$$

$$\psi = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{L_0 + L_1}\right)^2} \frac{\bar{p}_u - p_c}{C} \quad \text{und}$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{L_0 + L_1}$$

Für die Lüftung durch die Fensterspalten findet man somit

$$w_z = \frac{\omega}{2\pi} \int_{t_3}^{t_4} \frac{p_u - p}{A_0} dt = \frac{R_0}{\pi} \left[\varphi \left\{ \frac{\pi}{2} + \operatorname{arcsin} \varphi \right\} + \sqrt{1 - \varphi^2} \right] \quad (10)$$

wenn $\varphi \leq 1$ ist und $= R_0 \varphi = \frac{L_1}{L_0 + L_1} \frac{\bar{p}_u - p_c}{A_1}$

wenn $\varphi \geq 1$ ist, worin t_3 und t_4 zusammengehörige Lösungen von $\varphi + \sin \omega(t - t_2) = 0$ sind. Für die Öffnungen in den Innenwänden wird

$$w_d = -\frac{\omega}{2\pi} \int_{t_5}^{t_6} \frac{p - p_c}{A_1} dt = \frac{R_1}{\pi} \left[\psi \left\{ \operatorname{arcsin} \psi - \frac{\pi}{2} \right\} + \sqrt{1 - \psi^2} \right] \quad (11)$$

wenn $\psi \leq 1$ ist und

$= 0$, wenn $\psi \geq 1$ ist, worin t_5 und t_6 zusammengehörige Lösungen von $\psi + \sin \omega(t - t_1) = 0$ sind.

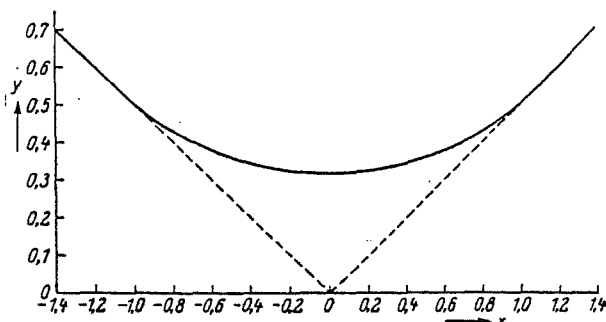


Bild 5. Darstellung der Funktion $y = \frac{1}{\pi} (x \operatorname{arcsin} x + \sqrt{1 - x^2})$.

Wir bemerken noch, daß $\frac{1}{A_1} = \frac{1}{A_0} \frac{L_1}{L_0}$ und $R_1 \psi = R_0 \varphi$

$$= \frac{L_1}{L_0 + L_1} \frac{\bar{p}_u - p_c}{A_0} \text{ sind (Bild 5, für die Funktion } y =$$

$$= \frac{1}{\pi} (x \operatorname{arcsin} x + \sqrt{1 - x^2}) \text{ für } x \leq 1 \text{ und } y =$$

$$= \frac{1}{2} |x| \text{ für } |x| > 1).$$

Die Summe beider Lüftungen geteilt durch V , das Lokalvolumen, ist also die Luftwechselzahl ξ als Funktion des mittleren Druckunterschiedes. Man bekommt dann eine gerade Funktion von φ und ψ , d. h. eine symmetrische Figur beim Auftragen von ξ gegen $\bar{p}_u - p_c$. Das Minimum liegt bei $\bar{p}_u - p_c = 0$ und hat den Wert

$$\xi = \frac{R_0 + R_1}{\pi V} = \frac{L_0 \{L_1 + \sqrt{\omega^2 + L_1^2}\}}{\pi \bar{p} \sqrt{\omega^2 + (L_0 + L_1)^2}} C, \quad (12)$$

d. h. proportional C , wie zu erwarten war.

Wir werden nun Erfahrungswerte in die gefundene Formel eintragen, um die Größenordnung der Effekte kennenzulernen, z. B. $\kappa = 1,40$; $\bar{p} = 10000 \text{ mm H}_2\text{O}$; A bzw. $A_0 = 0,05 \frac{\text{h} \cdot \text{mm H}_2\text{O}}{\text{m}^2}$; $A_1 = 0,0125 \frac{\text{h} \cdot \text{mm H}_2\text{O}}{\text{m}^2}$; $V = 47 \text{ m}^3$; $\omega = 3600 \text{ h}^{-1}$; also L bzw. $L_0 = 6000 \text{ h}^{-1}$; $L_1 = 24000 \text{ h}^{-1}$; $C = 2 \text{ mm H}_2\text{O}$.

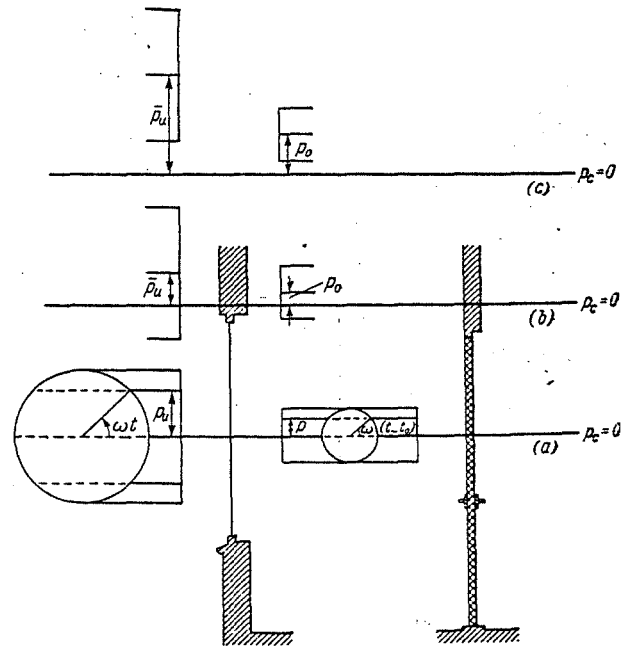


Bild 6. Abhängigkeit des Luftwechsels vom Außendruck.

Wir finden im Falle des Zimmers, welches nur Verbindung mit der Außenluft hat; $K = 1,715 \text{ mm H}_2\text{O}$; $t_0 = 0,54$ und $\xi = 0,141 \text{ h}^{-1}$ und im Falle des Zimmers mit Öffnungen in den Innenwänden:

$\bar{p}_u - p_c$ mm H ₂ O	K mm H ₂ O	t_0 s	R_0 m ² /h	R_1 m ² /h	φ	ψ	ξ h ⁻¹
0	0,397	0,12	—	—	—	—	0,443
1	0,397	0,12	32,13	31,77	0,498	0,504	0,487
3	0,397	0,12	32,13	31,77	1,494	1,511	1,022

Man sieht, daß der Luftwechsel nur wenig steigt mit $\bar{p}_u - p_c$ zwischen 0 (Bild 6a; $\bar{p}_u = p_c$) und 1 mm H₂O (Bild 6b; es gibt noch ein wenig Rückströmung), aber schnell ansteigt zu Proportionalität oberhalb 1 mm H₂O (Bild 6c; Einbahnverkehr).

In Wirklichkeit werden alle Funktionen verwickelter, weil die Abhängigkeit der Lüftung vom Druckunterschied nicht linear ist, wie wir angenommen hatten, nur die Schematisierung des Druckverlaufes draußen zu einem sinusförmige