

Rapport

R73:1989

3891

**Endimensionell
läcklägessökning i volymer
med tryckgradient**

Lars Jensen

Byggtforskningsrådet

REFERAT

En byggnads täthet kan kontrolleras genom att utföra en provtryckning. Läckflödet genom en provtryckningsfläkt mäts vid ett övertryck och ett undertryck om 50 Pa. Normkravet är högst 3 oms/h. Bestämning av otätheter sker inte.

Temperaturskillnaden inne/ute skapar en vertikal tryckgradient som kan utnyttjas för att bestämma olika läckors placering i vertikalled. En vidareutveckling av provtryckningsmetoden är att utnyttja denna tryckgradient och att mäta upp sambandet mellan totalt nettoläckflöde och tryckskillnad för en given nivå. Tryckområdet är mycket mindre än normens. Vindstilla väder vintertid är ett villkor.

Matematiska modeller beskriver de enskilda läckornas flöde som funktion av storlek, nivå, tryckgradient och tryckskillnad. Numeriska metoder kan användas för att bestämma ett antal godtyckliga läckors parametrar med mätdata. En något bättre metod är att fixera alla läckor och att bestämma en läckprofil för byggnaden.

Tillämpning har skett med dåligt resultat för att småhus och med bättre resultat för en idrottshall.

Huvudslutsatsen är att metoden inte är praktiskt användbar. En bestämd läcka kan t ex vara en stor läcka eller flera små läckor, alla på samma nivå. En viktig metodbegränsning är att flera laminära läckor endast kan bestämmas som total läckarea och gemensam tyngdpunkt.

I Byggnadsforskningsrådets rapportserie redovisar forskaren sitt anslagsprojekt. Publiceringen innebär inte att rådet tagit ställning till åsikter, slutsatser och resultat.

Denna skrift är tryckt på miljövänligt, oblekt papper.

R73:1989

ISBN 91-540-5080-4

Statens råd för byggnadsforskning, Stockholm

Svenskt Tryck Stockholm 1989

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1	INLEDNING	1
2	MODELLER FÖR LÄCKOR	4
	Punktformig läcka	4
	Rektangulär läcka	5
	Triangulär läcka	5
3	ANALYS AV LÄCKOR	7
	Flera punktformiga laminära läckor	7
	Två punktformiga turbulenta läckor	8
	En rektangulär läcka och flera punktformiga läckor	8
	Övergång från laminär till turbulent läcka	8
4	METOD FÖR BESTÄMNING AV GODTYCKLIGA LÄCKOR	15
5	METOD FÖR BESTÄMNING AV LÄCKPROFIL	18
6	BESTÄMNING AV LÄCKOR MED MÄTDATA	21
	Småhuset - en godtycklig rektangulär läcka	21
	Idrottshallen - en godtycklig rektangulär läcka	22
	Småhusets läckprofil	22
	Idrottshallens läckprofil	23
7	SAMMANFATTNING	30

APPENDIX A Läckflödesderivator

APPENDIX B Anpassning av läckflödesfunktioner

1 INLEDNING

En byggnads täthet kan kontrolleras genom att utföra en provtryckning. En provtryckningsfläkt placeras t ex i en dörröppning. Luftflödet genom fläkten mäts upp dels vid ett övertryck om 50 Pa och dels vid ett undertryck om 50 Pa. Luftflödet, vilket också är läckflödet genom klimatskalet, räknas om till antal luftomsättningar per timme. Normkravet är högst 3 oms/h. Någon bestämning av otätheternas placering görs inte med denna metod.

I denna rapport beskrivs en metod för bestämning av läckors placering i vertikalled med tryckprovsmätningar. En viktig förutsättning är att det finns en skillnad mellan inne- och utetemperatur. Detta ger upphov till en tryckgradient och tryckskillnadsprofil över byggnaden i vertikalled. Tryckgradienten medför att lika läckor på olika nivåer läcker olika mycket. Läckor på samma nivå kan inte särskiljas utan sammanförs till en läcka. När fläktflödet varieras, förskjuts hela tryckprofilen och alla läckornas flöden ändras och ändras olika mycket. Nivån för tryckprofilens nolltryck delar läckorna i två grupper. Under denna nivå läcker luft in och över ut under förutsättning att det är varmare inne än ute.

Den metod som skall beskrivas här skiljer sig från normens provtryckning genom att mäta fläktflödet, vilket också är nettoläckflödet, för ett stort antal tryckskillnader. Dessa tryckskillnader ligger i regel långt innanför normens -50 Pa och +50 Pa. Tryckgradienten är grovt 1 Pa/m vid en temperaturskillnad om 22 °C. Det viktiga tryckintervallet blir därför bara 5 Pa för en 5 meter hög byggnad.

Mätnoggrannheten bör vara hög med en upplösning bättre än 1:100 för både tryckskillnad och luftflöde.

En annan viktig förutsättning är att det måste vara mer eller mindre vindstilla. Vinden kan skapa betydande över- och undertryck kring byggnaden i förhållande till tryckgradienten. Dessa över- och undertryck kan vara av samma storleksordning som vindens dynamiska tryck. Några sifferexempel på vindens dynamiska tryck är för vindhastigheterna 1, 2 och 3 m/s trycken 0.6, 2.4 respektive 5.4 Pa. Vindhastigheter över 1 m/s kan därför inte godtas utan vidare.

Tryckskillnader utanför byggnaden kan som kontroll mätas upp med långa mätslangar.

En tredje förutsättning för provtryckning av byggnader är att ventilationssystemet ej är i drift och alla dess spjäll är stängda och täta.

En grov läcksökning kan ske genom att bara bestämma på vilken nivå tryckskillnaden är noll. Detta kräver en tryckmätning på någon nivå och temperaturmätning inne och ute. Tryckgradienten beräknas och därefter beräknas nivån för nolltrycket. Nolltryckets nivå visar grovt var läckornas tyngdpunkt finns. Ett nolltryck i golv- eller taknivå kan tolkas som en stor dominerande läcka i golv- respektive taknivå. Ett nolltryck halvvägs i höjddled innebär inte en stor läcka på denna nivå utan endast att läckornas tyngdpunkt finns på denna nivå. Fyra enkla exempel på ovanstående läcksökning redovisas i FIG.1.1.

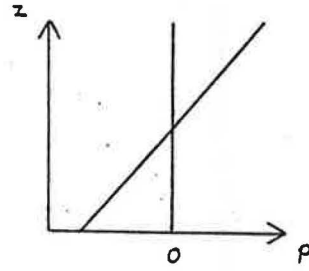
Modeller för olika typer av läckor behandlas i avsnitt 2. I avsnitt 3 görs en del jämförelser mellan olika läckor.

Parameterbestämning för punktformiga och utbredda läckor behandlas i avsnitt 4. I avsnitt 5 ges ett alternativ till att bestämma fria läckor genom att fixera ett antal läckor så att de täcker byggnaden i vertikalled, vilket ger en läckprofil. Endast läckornas area om punktformiga och höjd om utbredda är fria parameter.

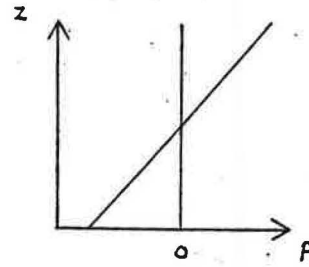
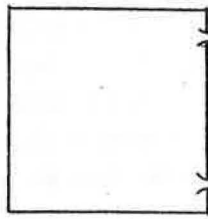
Bestämning av läckor med mätdata för ett småhus och en idrottshall redovisas i avsnitt 6.

Denna slutrapport är en vidare bearbetning av en tidigare arbetsrapport, BKL 1985:5, Bestämning av läckor i byggnader med mätdata från tryckprov. Forskningsarbetet har också redovisats i en artikel i tidskriften Air Infiltration Review, augusti 1987.

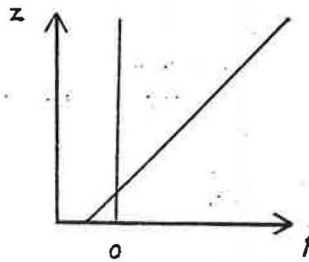
en läcka



två lika stora läckor



en stor läcka och en liten läcka



en stor läcka och en liten läcka

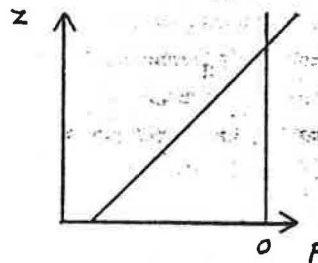


FIG.1.1 Fyra exempel på förenklad läcksökning

2 MODELLER FÖR LÄCKOR

Tre typer av läckor skall beskrivas, dels punktformiga läckor utan någon utsträckning i höjddled och dels två i höjddled utbredda läckor nämligen rektangulära och triangulära.

För en läcka finns följande modellparametrar

- z nivå i vertikalled
- h höjd tvärs vertikalled för utbredd läcka
- d bredd i vertikalled för utbredd läcka
- a area för punktformig läcka
- b strömningstyp 0.5 turbulent, 1.0 laminär

och variabeln

- q läckflöde

Gemensamma variabler för alla läckor är

- g tryckgradient
- p referenstryckskillnad för $z=0$

Punktformig läcka

En punktformig läckas flöde q är en enkel udda funktion av tryckskillnaden p_d över läckan på formen

$$q = a \operatorname{sign}(p_d) \operatorname{abs}(p_d)^b \quad (2.1)$$

Trycket p_d kan beräknas som

$$p_d = gz + p \quad (2.2)$$

Rektangulär läcka

Alla utspridda läckors flöden fås genom enkel integration över hela läckan

$$q = \int_{z-d/2}^{z+d/2} h(s) \operatorname{sign}(gs+p) \operatorname{abs}(gs+p)^b ds \quad (2.3)$$

En rektangulär läcka kan beskrivas med två av de tre parametrarna area a , höjd h och bredd d . Läckflödet för fallet bredd-höjd för en rektangulär läcka beräknas till följande

$$q = h(e_{ph} - e_{p1}) / g(b+1) \quad (2.4)$$

där

$$e_{ph} = \operatorname{abs}(p_h)^{b+1} \quad (2.5)$$

$$e_{p1} = \operatorname{abs}(p_1)^{b+1} \quad (2.6)$$

$$p_h = g(z+d/2) + p \quad (2.7)$$

$$p_1 = g(z-d/2) + p \quad (2.8)$$

Triangulär läcka

Liksidiga triangulära läckor kan användas för att bygga upp en läcka vars höjd varierar linjärt mellan ekvidistanta punkter. Alla läckor överlappas till hälften av intilliggande läckor. Toppen av en läcka nås precis av de intilliggande läckorna.

Enkla räkningar ger följande läckflöde för en likformig triangelläcka med basen d och höjden h

$$q = 2h(f_h - 2f_m + f_1) / dg^2(b+1)(b+2) \quad (2.9)$$

där

$$f_h = \operatorname{sign}(p_h) (\operatorname{abs}(p_h))^{b+2} \quad (2.10)$$

$$f_m = \text{sign}(p_m) (\text{abs}(p_m))^{b+2} \quad (2.11)$$

$$f_l = \text{sign}(p_l) (\text{abs}(p_l))^{b+2} \quad (2.12)$$

och där i sin tur

$$p_h = g(z+d/2)+p \quad (2.13)$$

$$p_m = gz+p \quad (2.14)$$

$$p_l = g(z-d/2)+p \quad (2.15)$$

Läckarean a kan också användas som oberoende parameter tillsammans med bredden d . Det gäller att

$$a = hd/2$$

vilket ger

$$q = 4a(f_h - 2f_m + f_l) / d^2 g^2 (b+1)(b+2) \quad (2.16)$$

3 ANALYS AV LÄCKOR

Flera punktformiga laminära läckor

För varje laminär läcka med parametrarna z_j , a_j och $b_j=1$ gäller att läckflödet för mätning nr i med referenstrycket p_i ges av

$$q_{ij} = a_j (gz_j + p_i) \quad (3.1)$$

och det totala läckflödet - för en mätning nr i

$$q_i = \sum_{j=1}^n q_{ij} \quad (3.2)$$

$$q_i = g \sum_{j=1}^n a_j z_j + p_i \sum_{j=1}^n a_j \quad (3.3)$$

Kända variabler ovan är q_i och p_i för $i=1, m$ och gradienten g . Det går att visa enkelt att det bara går att bestämma

$$S_{az} = \sum_{j=1}^n a_j z_j \quad (3.4)$$

$$S_a = \sum_{j=1}^n a_j \quad (3.5)$$

Det betyder att endast den totala läckarean kan bestämmas och att tyngdpunkten z_m för läckareans läge kan bestämmas som

$$z_m = S_{az} / S_a \quad (3.6)$$

Läget för läcktyngdpunkten kan också fås direkt ur mätningar. Läget ges av tryckskillnaden p_0 när läckflödet är noll, vilket enligt (3.3) ger sambandet

$$0 = g S_{az} + p_0 S_a \quad (3.7)$$

$$z_m = -p_0 / g = S_{az} / S_a \quad (3.8)$$

Slutsatsen är enkel, flera laminära läckor motsvaras av en enda laminär läcka och enskild läckbestämning är omöjlig.

Två punktformiga turbulenta läckor

Läckflödeskurvan för två punktformiga turbulenta läckor redovisas FIG.3.1-3.4 för fyra olika avstånd mellan läckorna och som funktion av referenstryckskillnad p . Modellparametrarna har varit följande $a_1=a_2=1$, $b_1=b_2=0.5$ och $z_1=-z_2=0.1, 0.2, 0.5$ och 1.0 och tryckgradienten $g=1$.

Kurvorna visar att varje läcka bidrar med ett brantare parti i totalläckflödeskurvan om läckorna inte sammanfaller. Läckornas läge bestäms av dessa brantare partier. Det är därför viktigt med tillräckligt antal mätdata så att informationen inte missas. Alla mätpunkter bör givetvis inte samlas i ett litet intervall, eftersom de yttre delarna också innehåller viktig information.

En rektangulär läcka och flera punktformiga läckor

En rektangulär läcka kan vara ett sätt att beskriva flera punktformiga läckor. Några exempel på detta redovisas i FIG.3.5-3.8 där en rektangulär läcka jämförs med en till fyra punktformiga läckor som har samma totala area. Alla läckor är turbulenta. Modellparametrarna har varit $z=0$, $a=1$ och $d=2$ för den rektangulära läckan. De punktformiga läckorna har fördelats jämnt i nivå med intervallet $(-1,1)$, vilket den rektangulära läckan täcker.

Slutsatsen av kurvorna i FIG.3.5-3.8 är att flera punktformiga läckor kan ersättas med en rektangulär läcka med bibehållen god noggrannhet.

Övergång från laminär till turbulent läcka

Strömningen i en läcka kan ske laminärt eller turbulent beroende på tryckskillnaden. En laminär läcka övergår i en turbulent läcka vid tillräckligt höga tryckskillnader. Antag att en läcka är laminär

upp till tryckskillnaden $p=1.0$ vid flödet $q=1.0$ och däröver är strömningen turbulent. För flödet gäller då

$$q_{1t} = \begin{cases} p & |p| < 1 \\ \text{sign}(p) \text{abs}(p)^{0.5} & |p| > 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

Denna läcka kan beskrivas ganska väl med en rektangulär turbulent läcka med följande data $z=0.0$, $a=1.0$, $d=2.0$, $h=0.5$ och $b=0.5$ och som ges av (2.4)–(2.8) och med aktuella värden ovan och för gradienten $g=1$ fås

$$q_r = h(\text{abs}(p+1)^{b+1} - \text{abs}(p-1)^{b+1})/g(b+1) \quad (3.10)$$

För små värden på p inuti intervallet $(-1,1)$ och med aktuella värden och tryckgradienten $g=1$ fås

$$q_r \approx 0.5 \cdot 2 \cdot 1.5 \cdot p/1.5 = p \quad (3.11)$$

Slutsatsen är att en rektangulär turbulent läcka kan beskrivas som en punktformig laminär läcka vid små tryckskillnader. Nolltrycket ligger då inom läckan. Vid stora tryckskillnader $p \gg 1$ kan flödet q_r approximeras med

$$q_r \approx 2 \cdot 0.5 \cdot 1.5 \cdot p^{0.5}/1.5 = p^{0.5} \quad (3.12)$$

Den rektangulära turbulenta läckan beskriver en punktformig turbulent läcka med samma area vid stora tryckskillnader. De två läckflödena q_{1t} och q_r redovisas i FIG.3.9 och skillnaden $q_e = q_{1t} - q_r$ i FIG.3.10 som funktion av tryckskillnaden p .

En för detta avsnitt sammanfattande slutsats är att följande läckfall har liknande läckflödessamband

- en rektangulär turbulent läcka
- flera punktformiga turbulenta läckor
- en punktformig laminär/turbulent läcka

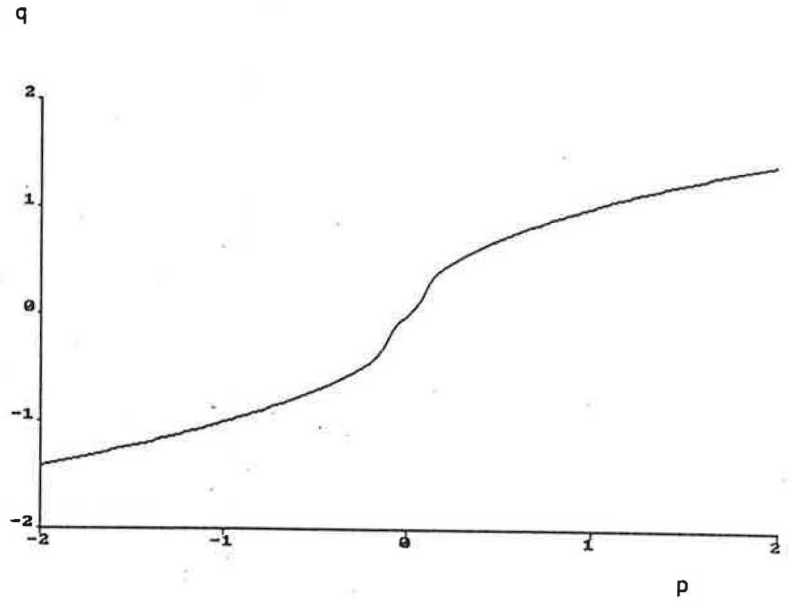


FIG.3.1 Två lika läckors nettoläckflöde q som funktion av referenstryckskillnaden p med $z_1 = -z_2 = 0.1$.

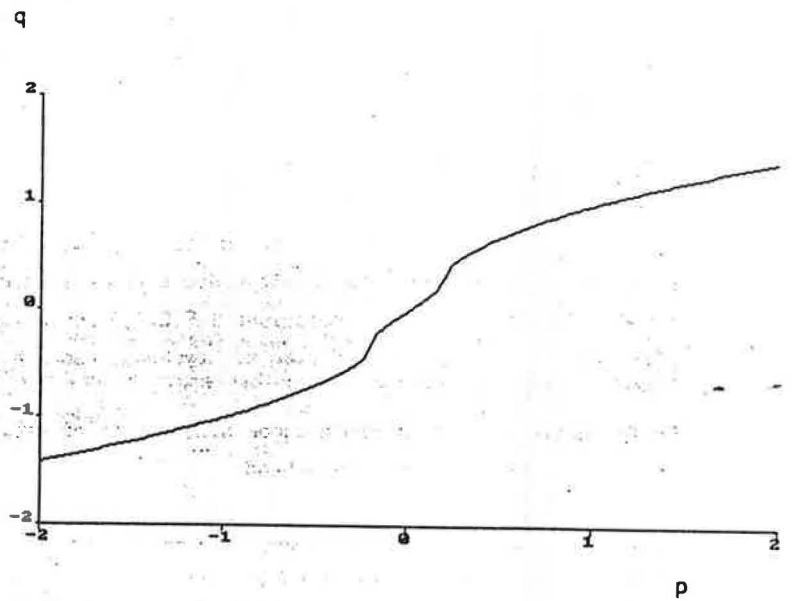


FIG.3.2 Två lika läckors nettoläckflöde q som funktion av referenstryckskillnaden p med $z_1 = -z_2 = 0.2$.

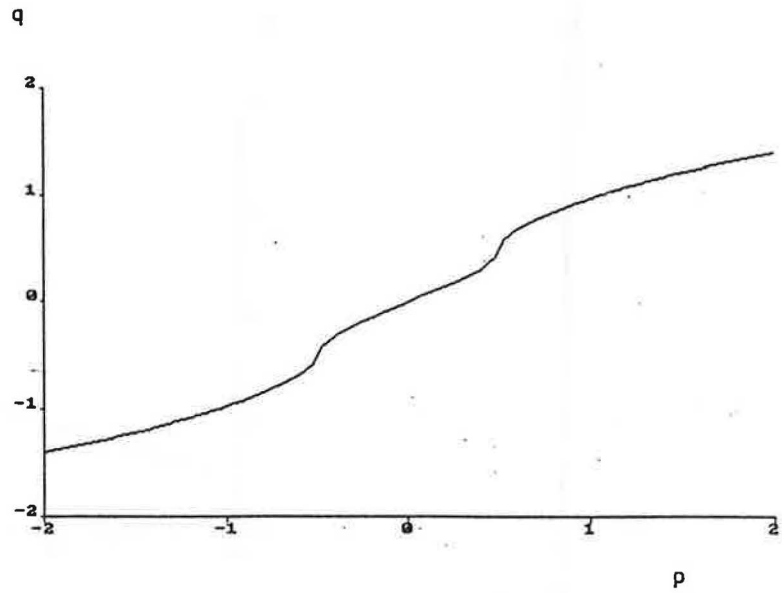


FIG.3.3 Två lika läckors nettoläckflöde q som funktion av referenstryckskillnaden p med $z_1 = -z_2 = 0.5$.

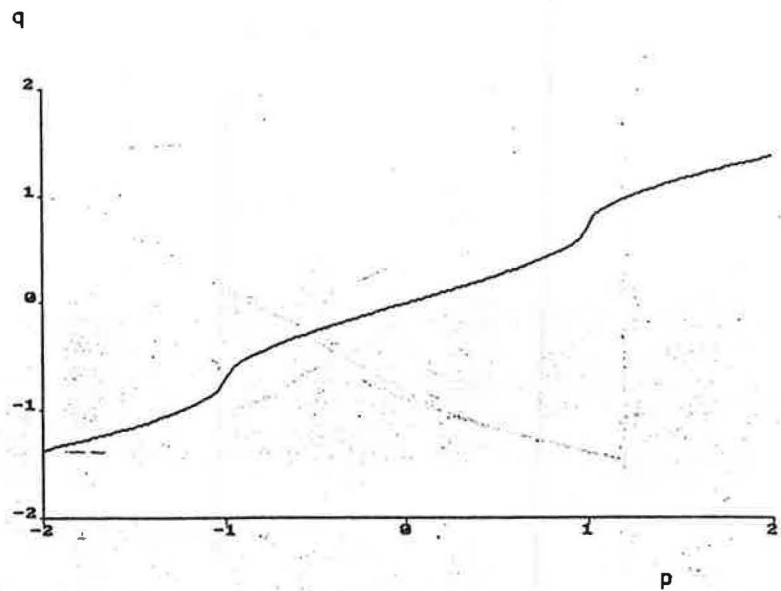


FIG.3.4 Två lika läckors nettoläckflöde q som funktion av referenstryckskillnaden p med $z_1 = -z_2 = 1.0$.

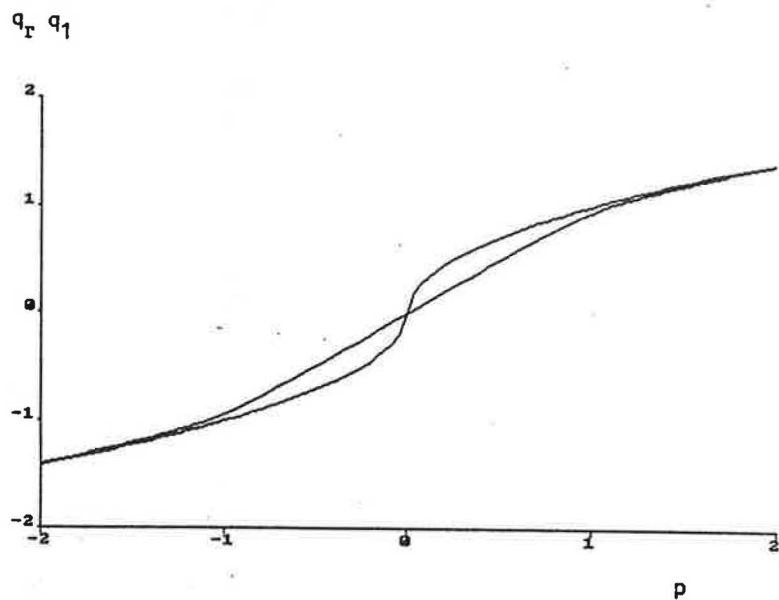


FIG.3.5 Läckflöde för en rektangulär läcka q_r och en punktformig läcka q_1 som funktion av referenstryckskillnaden p .

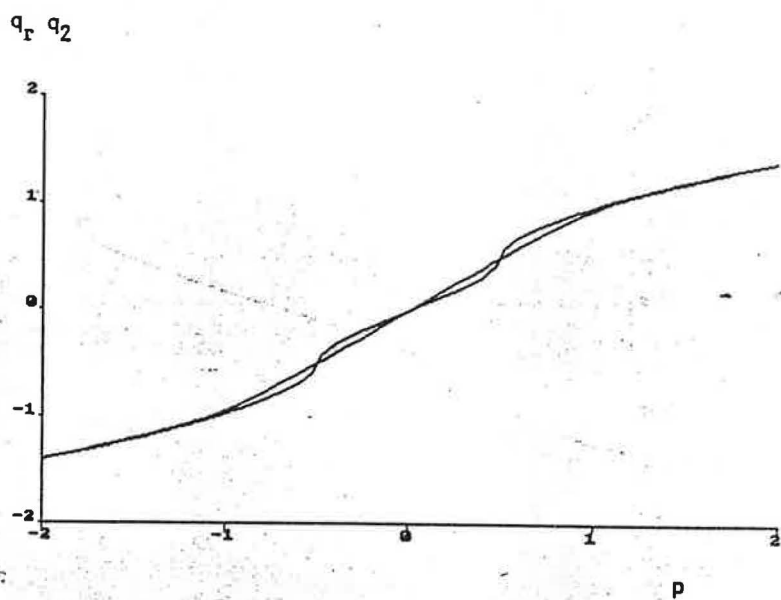


FIG.3.6 Läckflöde för en rektangulär läcka q_r och två punktformiga läckor q_2 som funktion av referenstryckskillnaden p .

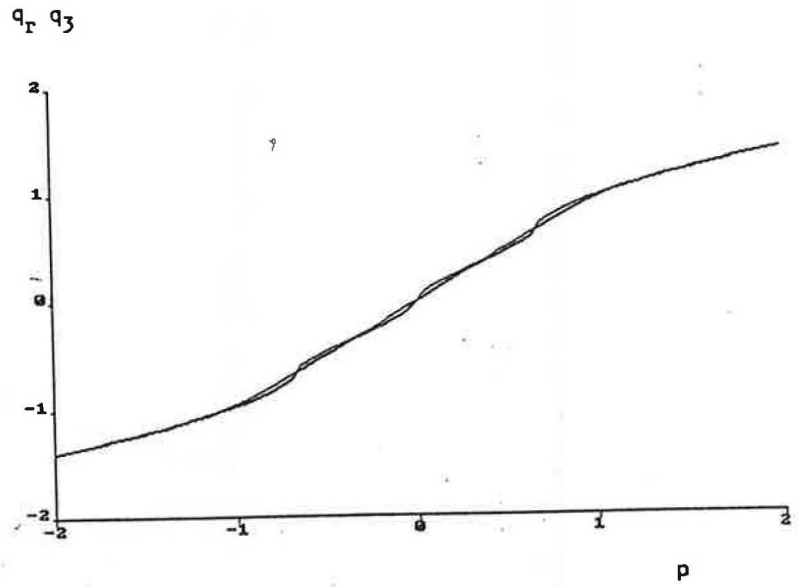


FIG.3.7 Läckflöde för en rektangulär läcka q_r och tre punktformiga läckor q_3 som funktion av referenstryckskillnaden p

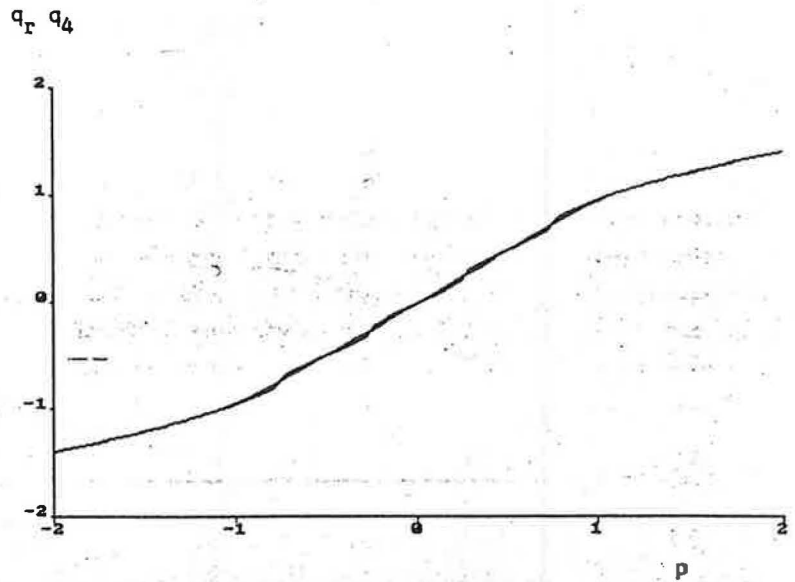


FIG.3.8 Läckflöde för en rektangulär läcka q_r och fyra punktformiga läckor q_4 som funktion av referenstryckskillnaden p

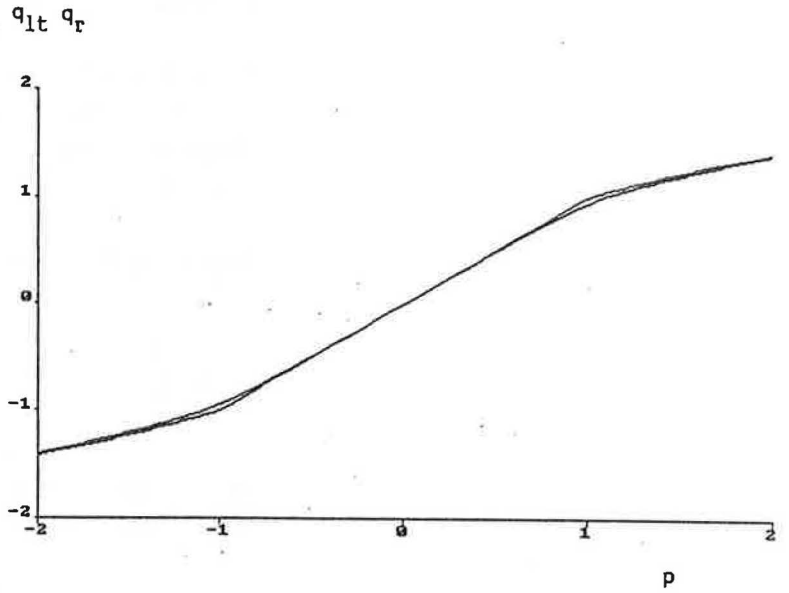


FIG.3.9 Läckflöde för en laminär-turbulent läcka q_{lt} och en rektangulär läcka q_r som funktion av referenstryckskillnaden p .

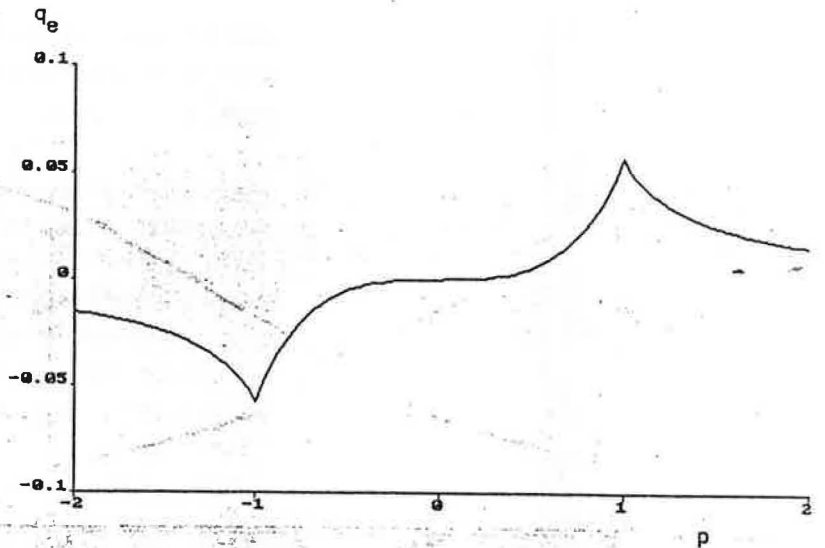


FIG.3.10 Skillnad i läckflöde mellan en laminär-turbulent och en rektangulär läcka $q_e = q_{lt} - q_r$ som funktion av referenstryckskillnaden p .

4 METOD FÖR BESTÄMNING AV GODTYCKLIGA LÄCKOR

Metoden bygger på att med de n st enskilda läckornas flöden q_{ij} ($j=1,n$) beskriva det totala läckflödet q_i ($i=1,m$) för m st mätningar med olika referenstryck p_i ($i=1,m$) och en given tryckgradient g .

Massbalans för varje mätning nr i ger följande

$$q_i = \sum_{j=1}^n q_{ij} \quad (i=1,m) \quad (4.1)$$

där q_{ij} ges av (2.1)-(2.2) för punktformiga läckor, (2.3)-(2.8) för rektangulära och (2.9)-(2.16) för triangulära läckor.

Ekvationssystemet enligt (4.1) kan skrivas som

$$q_i = f(x, g, p_i) \quad (i=1,m) \quad (4.2)$$

där x är en vektor med alla läckors parametrar.

Antalet modellparametrar per läcka betecknas l och är tre för en punktformig läcka och fyra för en utbredd läcka. Totala antalet modellparametrar ges av produkten ln .

Det olinjära ekvationssystemet är överbestämt om antalet mätningar m är större än antalet modellparametrar ln . De sökta modellparametrarna kan bestämmas ur det olinjära ekvationssystemet enligt (4.2) genom att ansätta en modellparametervektor x och linjärisera det olinjära ekvationssystemet enligt (4.2) för en liten ändring dx i modellparametervektorn x . Funktionen $f(x, g, p)$ Taylor-utvecklas kring x , vilket ger ett linjärt ekvationssystem på formen

$$q = f(x, g, p) + F(x, g, p) dx \quad (4.3)$$

där

- q vektor med alla mätta läckflöden
- f vektor med modellens läckflöden

F derivatamatrix vars element ges av

$$f_{ik} = \frac{d}{dx_k} f(x, g, p_i) \quad (k=1, \dots, n)$$

Olika derivator för en punktformig läcka och en rektangulär läcka redovisas i Appendix A. Ekvationssystemet (4.3) är överbestämt om $m > n$ och löses enklast med QR-metoden. Lösningen dx används sedan som sökriktning för att finna den steglängd som ger bäst resultat det olinjära fallet. Sökning sker med steglängdsparametern s och modellparametervektorn ges av $x_s = x + s dx$. Sökningen sker genom att minimera det kvadratiske felet i ekvationssystemet enligt (4.2), dvs

$$\min_s (q - f(x_s, g, p))^T (q - f(x_s, g, p))$$

Modellparametervektorn x uppdateras enligt $x = x + s_{\min} dx$.

Ett datorprogram för bestämning av godtyckliga punktformiga och rektangulära läckor har testats med simulerade mätdata. Konvergen- sen blir långsam för flera läckor. Konvergen- sen kan bli dålig om mätdata är olämpliga. Ett exempel är för stort tryckintervall i mätningarna i förhållande till tryckgradient och avstånd mellan läckor.

Någon analys av säkerheten i modellparameterbestämningen har inte gjorts och kan inte göras, eftersom modellerna är olinjära i modellparametrarna. Det kan finnas lokala minima till den funktion som minimeras. Modellparametrarna kan konvergera till godtyckligt minima beroende på startvärden.

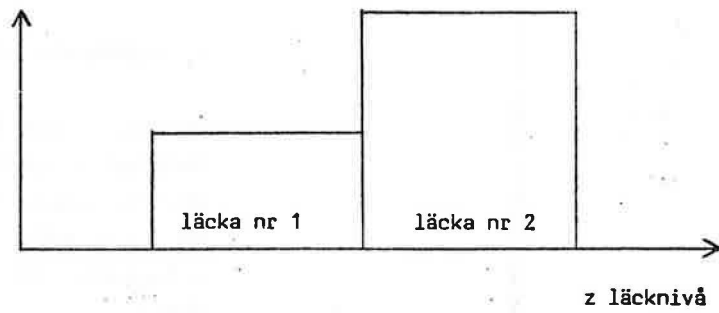
Ett problem är att det finns inget som hindrar att flera läckor överlagrar varandra. Det kan också finnas två olika modellpara- meteruppsättningar som beskriver exakt samma modell. Ett exempel på detta ges i FIG.4.1.

Ett annat problem är att alla modellparametrar är begränsade, meda datorprogrammet arbetar med helt obegränsade variabler. En läckare kan därför mycket väl bli negativ, vilket är fysikaliskt orimligt.

En läcka kan placeras över eller under byggnaden vilket också är orimligt. För de fem modellparametrar som kan användas för att beskriva läckor gäller därför följande

parameter	begränsning
x nivå och d bredd	$x-d/2$ och $x+d/2$ inom byggnaden
h höjd	> 0
a area	> 0
b strömningstyp	$(0.5, 1.0)$

läckhöjd



läckhöjd

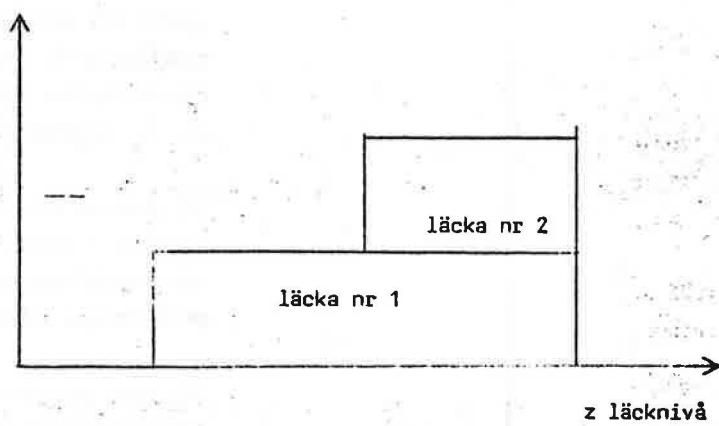


FIG.4.1 Exempel på olika identiska modeller.

5 METOD FÖR BESTÄMNING AV LÄCKPROFIL

Ett specialfall av föregående modelltyper är en modell med ett givet antal fixa läckor som är punktformiga eller utspridda. Utspridda läckor ligger kant i kant. Läcktypen kan antas vara turbulent. Den enda oberoende parametern är arean för varje läcka.

Detta problem kan lösas med en annan parameterbestämningsmetod än den tidigare med lokala gradienter. Ett problem med den tidigare metoden är att om den används för att bestämma en läckprofil, då uppstår problem när en parameter önskar bli negativ, vilket är fysikaliskt orimligt. Ett sätt att komma vidare är att nollställa den aktuella parametern och utesluta den från den fortsatta parameterbestämningen. Om detta ger den rätta lösningen är inte säkert.

En metod som kan användas för att bestämma en läckprofil är simplexmetoden eller LP-metoden. LP är förkortning för linjär programmering. Problemet kan formuleras som ett linjärt ekvationssystem som skall vara uppfyllt samtidigt som minima söks till en linjär funktion i de ingående variablerna, som alla är icke negativa.

Läckorna indexeras med j och är n st. Mätningarna indexeras med i och är m st. Totalt nettoflöde betecknas som tidigare med q_i och f_{ij} betecknar flöde för en enhetsläcka j vid mätning i . Läckarean är en ytenhet för enhetsläckan. De sökta läckareorna betecknas x_j och skall uppfylla det linjära ekvationssystemet

$$q_i = \sum_{j=1}^n x_j f_{ij} \quad (i=1,m) \quad (5.1)$$

Detta är ett överbestämt ekvationssystem, då $m > n$. Problemet omformuleras som ett LP-problem genom att införa slackvariablerna u_i och v_i ($i=1,m$).

Det överbestämda ekvationssystemet blir nu

$$q_i = \sum_{j=1}^n f_{ij} x_j + u_i - v_i \quad (i=1,m) \quad (5.2)$$

Om modellens läckflöde är för litet så täcker variabeln u_i det som fattas upp till q_i och omvänt med variabeln v_i . Om alla u_i och v_i är lika med noll, så beskriver den beräknade modellen mätdata utan fel. Detta inträffar bara vid simulerade mätdata och sammanfallande modellstruktur.

Förlustfunktionen y straffar endast slackvariablerna u_i och v_i och ges av

$$y = \sum_{i=1}^m (u_i + v_i) \quad (5.3)$$

Observera att alla variabler x_j ($j=1, n$), u_i och v_i ($i=1, m$) är icke-negativa.

Observera att det går att lösa det överbestämda ekvationssystemet (5.1) med minstakvadratmetoden genom att införa en felvektor e i högerledet och att minimera $e^T e$. Resultatet kan bli negativa x_j . Det går heller inte att stryka negativa x_j -parametrar och upprepa minimeringen tills de resterande x_j -parametrarna är positiva. Det går inte att avgöra vilka parametrar som skall vara med eller ej. Det enda korrekta sättet är att prova alla kombinationer.

Ett datorprogram har tagits fram för bestämning av läckprofiler med en av följande tre läcktyper: punktformig, utbredd rektangelformad och utbredd triangelformad. Antalet läckor är högst 50 och mätdata är högst 100. I avsnitt 6 redovisas några läckprofilbestämningar med riktiga mätdata.

Modellparameterbestämning av läckprofil (okända läckareor) har testats för upp till 25 jämnt fördelade läckor med 50 mätdata. Felaktigt resultat erhöles på grund av för lite mätdata kring läckorna.

Ett problem med läckprofilanpassningen är att de olika läckfunktionerna inte är ortogonala utan snarare mycket lika varandra. Ett enkelt mått på likhet är att beräkna följande integraler för ett givet tryckintervall för läckflödesfunktionerna $f_1(p)$ och $f_2(p)$ som

$$I_{12} = \int f_1(p)f_2(p)dp$$

$$I_{11} = \int f_1(p)^2 dp$$

$$I_{22} = \int f_2(p)^2 dp$$

och därefter kvoten f som

$$f = I_{12} / (I_{11}I_{22})^{0.5}$$

Läckflödesfunktioner för punktformiga turbulenta läckor enligt (2.1)-(2.2) med följande parametrar $a_1=a_2=1$, $b_1=b_2=0.5$ och $g=1$ har använts över tryckintervallet $(-1,1)$. Läckorna har platsrats symmetriskt kring $z=0$, dvs $z_1=-z_2$. Kvoten f redovisas nedan för olika värden på parametern z_1

z_1	f
0.01	0.99965
0.02	0.99863
0.05	0.99186
0.1	0.96999
0.2	0.89496
0.5	0.48983

Siffrorna visar att likheten är betydande även för en avståndskillnad som motsvarar 0.1-0.2 av hela tryckområdet.

I appendix B undersöks hur väl en läckflödesfunktion, dels med fix exponent 0.5 och dels med anpassad exponent, kan beskriva två parallellkopplade eller seriekopplade läckor. Slutsatsen är att för fallet med anpassad exponent blir felet litet i förhållande till medelvärdet och av samma storleksordning som mätfelen.

6 BESTÄMNING AV LÄCKOR MED MÄTDATA

Mätdata för ett småhus och en idrottshall har erhållits av Sune Häggbom, Tyréns. Några data är följande

egenskap		småhus	idrottshall
byggnadshöjd,	m	5	16
utetemperatur,	°C	-13	-1
innetemperatur,	°C	21	18
tryckgradient g,	Pa/m	1.54	0.88
antal mätdata m	-	47	45

Nettoläckutflödet q_i från byggnaderna redovisas i FIG.6.1 och 6.2 som funktion av det inre övertrycket p_i vid golvnivå. Luftflödena, som är angivna i m^3/h , har skalats om genom division med 100 för småhuset och 1000 för idrottshallen. Tryckskillnaden har mätts och anges i Pa.

Båda mätdataserierna har använts för samma modellanpassningar. Modellerna har varit en utspridd läcka med fix exponent $b=0.5$ och fri exponent och läckprofiler med 5, 10, 20 och 30 läckor.

Felet i anpassningen redovisas i samtliga fall med medelabsolutfelet, vilket för läckprofilmodellerna är lika med dess förlustfunktion y dividerat med antalet mätningar m . Förlustfunktionen, som minimeras för fallet med godtyckliga läckor, är kvadratisk i ekvationsfelet.

Småhuset - en godtycklig rektangulär läcka

De erhållna modellparametrarna redovisas nedan.

Modell	z läge (m)	d bredd (m)	a area (m^3/h)	b typ	y/m (m^3/h)
S1	3.21	11.68	179.0	0.5000	20
S2	3.18	11.55	176.9	0.5023	19

Båda modellerna, S1 och S2, kan tolkas som en utspridd läcka grovt 3 m under golvnivå upp till 9 m över golvnivå. Detta är orimligt.

Modellerna kan förkastas. Verkligt och modellerat läckflöde redovisas för S1 i FIG.6.3 och för S2 i FIG.6.4 tillsammans med felet som funktion av inre övertrycket. Läckflödeskurvan är nästan linjär, vilket är en av orsakerna till de orimliga modellerna. Betydligt högre över- och undertryck borde ha ingått i mätdata.

Areaparametern kan tolkas som läckflödet i m^3/h vid en tryckskillnad om 1 Pa över läckan.

Idrottshallen - en godtycklig rektangulär läcka

De erhållna modellparametrarna redovisas nedan.

Modell	z läge (m)	d bredd (m)	a area (m^3/h)	b typ	y/m (m^3/h)
I1	5.43	11.61	2377.	0.5000	411
I2	5.73	2.19	1426.	0.7120	393

Båda läckmodellerna motsvarar en utspridd läcka längs hela byggnadens höjd. Verkligt och modellerat läckflöde redovisas för I1 i FIG.6.5 och för I2 i FIG.6.6 tillsammans med felet som funktion av inre övertrycket.

Småhusets läckprofil

Läckprofilintervallet har varit (0.0,5.0) m över golv för alla modellerna utom för ett kontrollfall med intervallet (-1.25,6.25) m. Modellanpassningar har gjorts med både punktformiga, rektangulära och triangulära läckor. Både modellparametrar, areor och medelabsfel är mycket lika och därför redovisas endast läckprofil med rektangelformade läckor.

Modell	Antal läckor	Intervall	y/m (m^3/h)
S3	5	(0.0,5.0)	41
S4	10	(0.0,5.0)	38
S5	20	(0.0,5.0)	35
S6	30	(-1.25,6.25)	16

De erhållna läckprofilerna redovisas tillsammans i FIG.6.7 som funktion av lägeskoordinaten i meter. För att skilja de olika läckprofilerna åt har en konstant adderats till varje läckprofil. Kontrollmetoden S6 har ett mycket mindre medelfel än de övriga modellerna och läckprofilen uppvisar läckor utanför byggnaden. Detta stämmer också med modellerna S1 och S2 med en utspridd läcka. Modellerna måste förkastas.

Läckprofilernas läckhöjder redovisas i TAB.6.1 för de fyra rektangulära modellerna.

Idrottshallens läckprofil

Läckprofilintervallet har varit (0.0,20.0) m över golv för alla modeller utom för ett kontrollfall med intervallet (-5.0,25.0) m. Modellanpassningar har gjorts på samma sätt som för småhuset.

Modell	Antal läckor	Intervall	y/m (m ³ /h)
I3	5	(0.0,20.0)	253
I4	10	(0.0,20.0)	224
I5	20	(0.0,20.0)	215
I6	30	(-5.0,25.0)	196

De erhållna läckprofilerna redovisas tillsammans i FIG.6.8 på samma sätt som för småhuset. Alla de fyra läckprofilerna uppvisar samma mönster, även kontrollprofilen, bortsett från en mindre läcka under byggnaden. Störst läcka finns det omkring 5 m och 12 m. Det finns inga läckor över 12 m.

Läckprofilernas läckhöjder redovisas i TAB.6.2 för de fyra rektangulära modellerna.

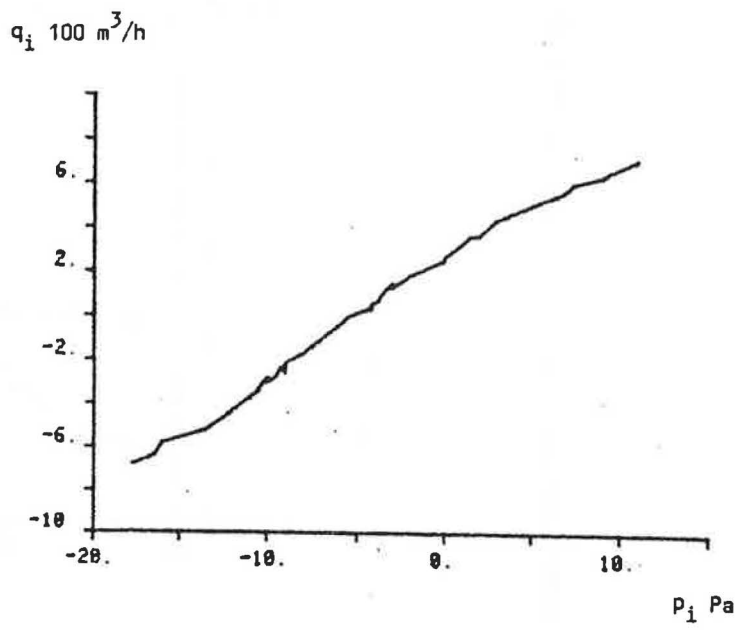


FIG.6.1 Nettoläckutflöde q_i m³/h som funktion av inre övertryck p_i Pa för ett småhus

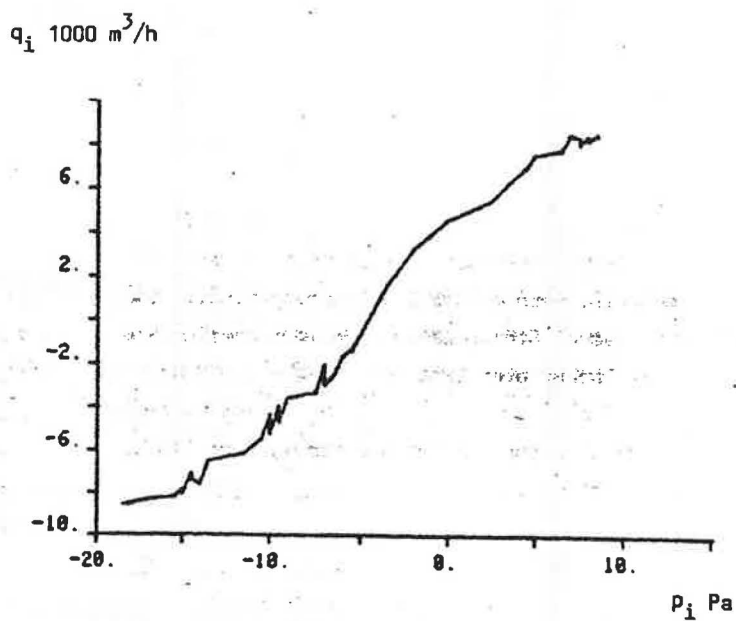


FIG.6.2 Nettoläckutflöde q_i m³/h som funktion av inre övertryck p_i Pa för en idrottshall

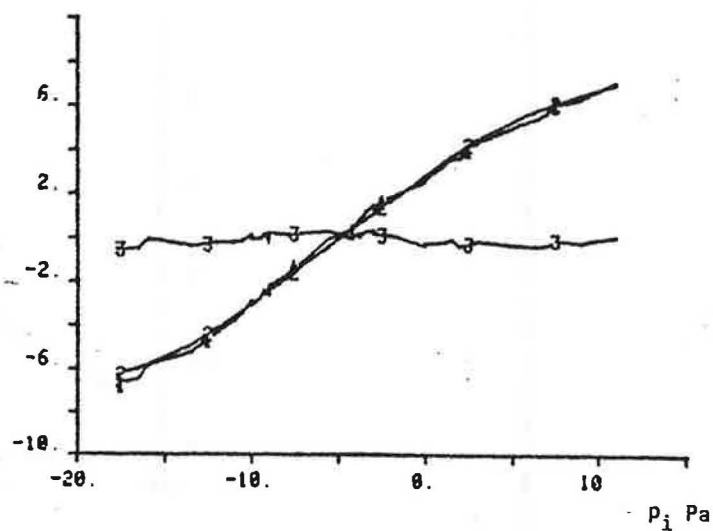
$q_i \quad q_{mi} \quad q_{ei} \quad 100 \text{ m}^3/\text{h}$


FIG.6.3 Verkligt och modellerat läckflöde q_i och q_{mi} och skillnad q_{ei} m^3/h som funktion av inre övertryck p_i Pa för modell S1.

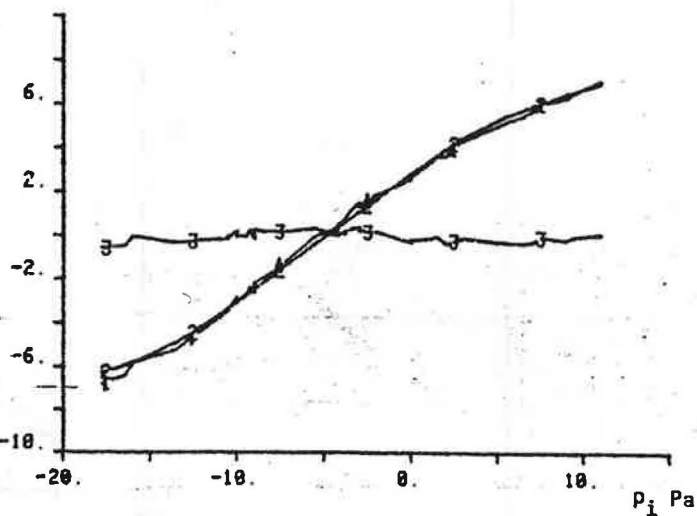
 $q_i \quad q_{mi} \quad q_{ei} \quad 100 \text{ m}^3/\text{h}$


FIG.6.4 Verkligt och modellerat läckflöde q_i och q_{mi} och skillnad q_{ei} m^3/h som funktion av inre övertryck p_i Pa för modell S2.

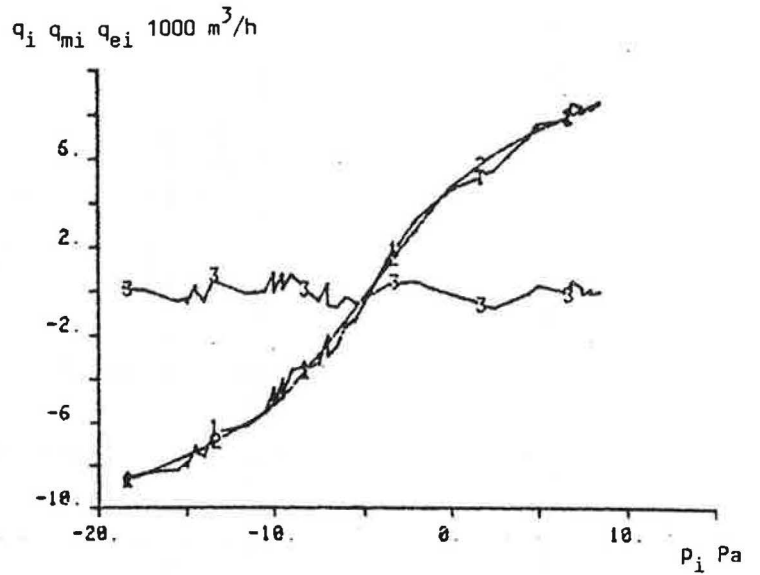


FIG.6.5 Verkligt och modellerat läckflöde q_i och q_{mi} och skillnad q_{ei} m³/h som funktion av inre övertryck p_i Pa för modell I1.

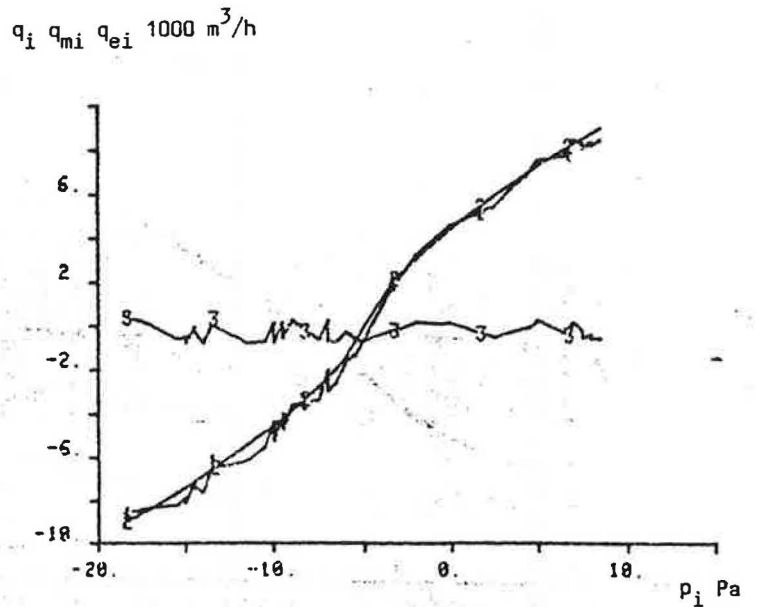


FIG.6.6 Verkligt och modellerat läckflöde q_i och q_{mi} och skillnad q_{ei} m³/h som funktion av inre övertryck p_i Pa för modell I2.

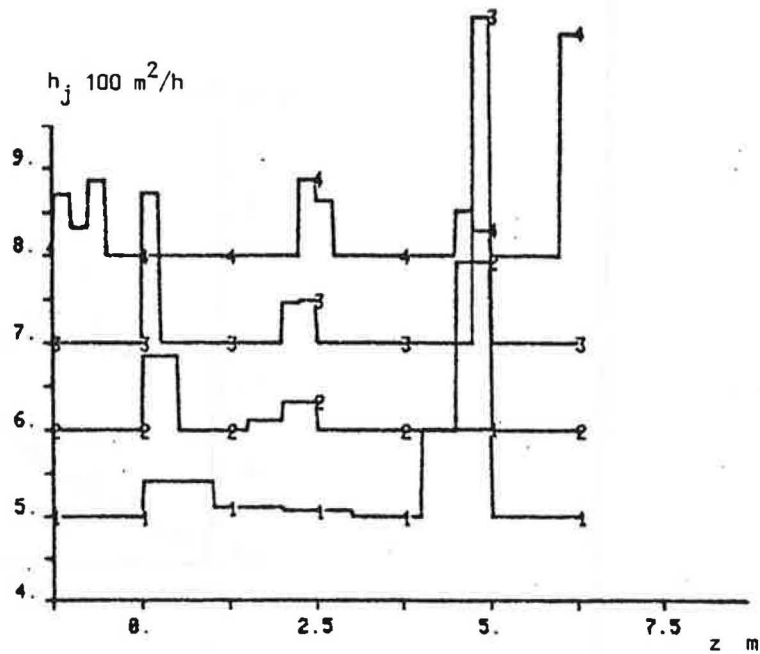


FIG. 6.7 Läckhöjder h_j m²/h för fyra rektangelformade läckprofiler som funktion av läget z m för ett småhus.

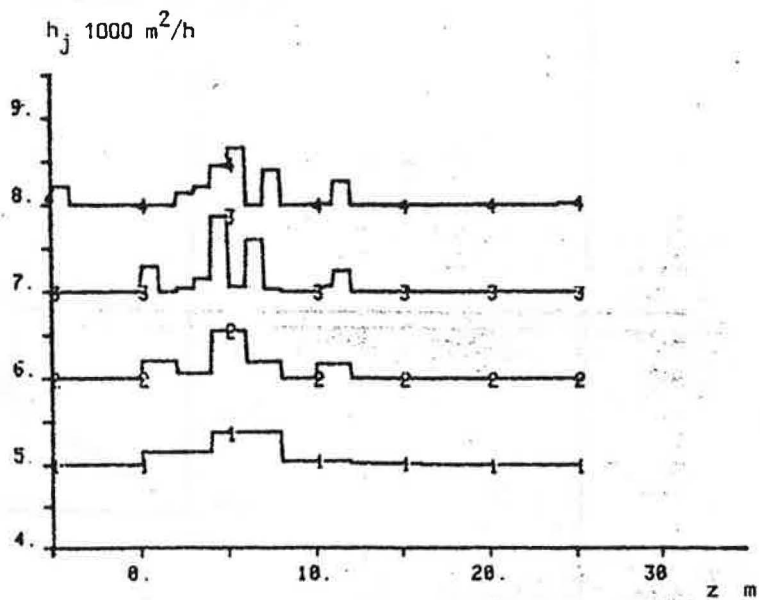


FIG. 6.8 Läckhöjder h_j m²/h för fyra rektangelformade läckprofiler som funktion av läget z m för en idrottshall.

TAB.6.1 Total läckarea a_t m³/h, medelabsfel y/m m³/h och läckhöjder h_j m²/h för läckfprofiler med 5, 10, 20 och 30 rektangulära läckor för ett småhus.

Modell	S3	S4	S5	S6
a_t m ³ /h	161	161	161	170
y/m m ³ /h	19.3	17.7	16.6	7.6
z m		h_j m ² /h		
-1.125				70.7
-0.875				31.9
-0.625				86.5
-0.375				0.0
-0.125				0.0
0.125	41.7	85.6	172.0	0.0
0.375	41.7	85.6	0.0	0.0
0.625	41.7	0.0	0.0	0.0
0.875	41.7	0.0	0.0	0.0
1.125	10.8	0.0	0.0	0.0
1.375	10.8	0.0	0.0	0.0
1.625	10.8	11.2	0.0	0.0
1.875	10.8	11.2	0.0	0.0
2.125	7.0	32.3	46.4	0.0
2.375	7.0	32.3	48.8	87.1
2.625	7.0	0.0	0.0	63.7
2.875	7.0	0.0	0.0	0.0
3.125	0.0	0.0	0.0	0.0
3.375	0.0	0.0	0.0	0.0
3.625	0.0	0.0	0.0	0.0
3.875	0.0	0.0	0.0	0.0
4.125	101.4	0.0	0.0	0.0
4.375	101.4	0.0	0.0	0.0
4.625	101.4	193.2	0.0	52.2
4.875	101.4	193.2	377.6	29.5
5.125				0.0
5.375				0.0
5.625				0.0
5.875				0.0
6.125				258.3

TAB.6.2 Total läckarea a_t m³/h, medelabsfel y/m m³/h och läckhöjder h_j m²/h för läckprofiler med 5, 10, 20 och 30 rektangulära läckor för en idrottshall.

Modell	I3	I4	I5	I6
a_t m ³ /h	2360	2360	2370	2400
y/m m ³ /h	11.4	10.1	9.6	8.8
z m		h_j m ² /h		
-4.5				213
-3.5				0
-2.5				0
-1.5				0
-0.5				0
0.5	155	199	295	0
1.5	155	199	0	0
2.5	155	63	40	143
3.5	155	63	151	210
4.5	378	556	871	460
5.5	378	556	61	664
6.5	378	197	607	0
7.5	378	197	31	404
8.5	46	0	0	0
9.5	46	0	0	0
10.5	46	167	64	13
11.5	46	167	247	273
12.5	11	0	0	0
13.5	11	0	0	0
14.5	11	0	0	0
15.5	11	0	0	0
16.5	0	0	0	0
17.5	0	0	0	0
18.5	0	0	0	0
19.5	0	0	0	0
20.5				0
21.5				0
22.5				0
23.5				0
24.5				21

7 SAMMANFATTNING

Den här redovisade metoden för att bestämma läckor i en byggnad har följande begränsningar och egenskaper

- 1 endast läckornas nivå i vertikalled kan bestämmas och en läcka på en nivå kan vara en enda stor läcka eller ett stort antal små läckor
- 2 endast laminära läckors gemensamma area och tyngdpunkt kan bestämmas
- 3 endast tryckprovning vid vindstilla väder vintertid
- 4 endast symmetriska (udda) läckfunktioner (metoden kan utvecklas till osymmetriska läckor t ex en läcka liknande en backventil)
- 5 tryckskillnadsmätning med hög noggrannhet med upplösning bättre än 1:100 under 0.1 Pa
- 6 luftflödesmätning med hög noggrannhet med en upplösning bättre än 1:100
- 7 endast konstant tryckgradient (metoden kan utvecklas till godtycklig tryckprofil som kan mätas upp)
- 8 flera punktformiga läckor kan ersättas med en rektangulär läcka
- 9 en laminär/turbulent läcka kan ersättas med en rektangulär läcka
- 10 bestämning av godtyckliga läckor är numeriskt svårt (långsamt konvergens)
- 11 bestämning av läckprofil är numeriskt lättare (enhetsläckfunktioner är dock nästan linjärt beroende)

Modellparameterbestämning har gjorts med mätdata för ett småhus och en idrottshall, dels med olika läckprofiler, dels med godtyckliga läckor. Orimliga modeller erhålls för småhuset med grovt 1/3 av läckarean utanför huset. En orsak är att det saknas mätdata för stora tryckskillnader. Bättre modeller erhöles för idrottshallen med mindre än 1/10 av läckarean utanför byggnaden.

Den sammanfattande slutsatsen för den här redovisade metoden är att den inte är praktiskt användbar. Metoden kan endast användas för att bestämma enstaka läckor i gynnsamma fall.

APPENDIX A Läckflödesderivator

Alla läckflödesfunktioner innehåller absolutfunktioner, vilket komplicerar deriveringen, men följande generella uttryck gäller

$$\frac{d}{dx} (\text{abs}(x)) = \text{sign}(x) \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{d}{dx} (\text{abs}(f(x))) = \text{sign}(f(x)) \text{abs}(f'(x)) \quad (\text{A.2})$$

och

$$\frac{d}{dx} (g(\text{abs}(f(x)))) = g'(\text{abs}(f(x))) \text{sign}(f(x)) \text{abs}(f'(x)) \quad (\text{A.3})$$

För den punktformiga läckan nr j och mätning nr i finns följande tre derivator

$$\frac{dq_{ij}}{da_j} = q_{ij}/a_j \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{dq_{ij}}{dz_j} = q_{ij} b_j g/p_{ij} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{dq_{ij}}{db_j} = q_{ij} \ln(\text{abs}(p_{ij})) \quad (\text{A.6})$$

där q_{ij} och p_{ij} ges av (2.1) och (2.2).

För en rektangulär läcka med bredd och höjd som oberoende parameter blir de fyra derivatorna följande

$$\frac{dq_{ij}}{dz_j} = h_j (f_{ph} - f_{pl}) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{dq_{ij}}{dd_j} = h_j (f_{ph} + f_{pl})/2 \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{dq_{ij}}{dh_j} = (e_{ph} - e_{pl})/g(b_j+1) = q_{ij}/h_j \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{dq_{ij}}{db_j} = h_j(e_{ph} \ln(\text{abs}(\rho_h)) - e_{pl} \ln(\text{abs}(\rho_l)))g(b_j+1) - q_{ij}/(b_j+1) \quad (\text{A.10})$$

där e_{ph} , e_{pl} , ρ_h och ρ_l ges av (2.5)-(2.8) och där

$$f_{ph} = \text{sign}(\rho_h) \text{abs}(\rho_h)^{b_j} \quad (\text{A.11})$$

$$f_{pl} = \text{sign}(\rho_l) \text{abs}(\rho_l)^{b_j} \quad (\text{A.12})$$

För en rektangulär läcka med bredd och area som oberoende parametrar ändras derivatan för breddparametern till

$$\frac{dq_{ij}}{dd_j} = \frac{a_j}{d_j} (f_{ph} - f_{pl})/2 - q_{ij}/d_j \quad (\text{A.13})$$

där f_{ph} och f_{pl} ges av (A.11) och (A.12).

Derivatan med avseende på läckhöjden ersätts med derivatan med avseende på läckarean, vilket blir

$$\frac{dq_{ij}}{da_j} = (e_{ph} - e_{pl})/g(b_j+1)d_j = q_{ij}/a_j \quad (\text{A.14})$$

där e_{ph} och e_{pl} ges av (2.5) och (2.6).

För en triangulär läcka blir derivatorna avskräckande att beräkna utom för höjden. Något datorprogram har inte tagits fram för bestämning av godtyckliga triangulära läckor.

APPENDIX B Anpassning av läckflödesfunktioner

Avsikten med detta appendix är att visa att olika läckmodeller kan beskrivas ganska väl genom att anpassa en läckfunktion på formen

$$q=ap^b \quad p>0 \quad (\text{B.1})$$

där

q läckflöde
p tryckskillnad över läckan
a och b parametrar vilka anpassas

Analysen har förenklats genom att utnyttja symmetriegenskaper, vilket medför att endast positiva tryckskillnader behandlas ($p>0$).

Två enkla läckmodeller skall användas. Den ena modellen innebär att en laminär läcka är parallellkopplad med en turbulent läcka. Den andra modellen består av en läcka med en laminär och en turbulent del. Läckflödet q_p för de parallellkopplade läckorna ges av

$$q_p = cp + (1-c)p^{0.5} \quad (\text{B.2})$$

och för läckflödet q_s för den laminär/turbulenta läckan gäller implicit

$$p = cq_s + (1-c)q_s^2 \quad (\text{B.3})$$

Parametern c anger andel laminaritet vid tryckskillnaden $p=1$ och är tänkt att varieras i intervallet (0,1).

Läckfunktionen enligt (B.1) har anpassats till de två modellfallens läckfunktioner enligt (B.2) och (B.3) genom att minimera absolutfelet och kvadratfelet för 1000 ekvidistanta tryckskillnader i tryckintervallet (0,1). Detta skall jämföras med att läckprofilmetoden minimerar absolutfelet medan metoden för godtyckliga läckor använder sig av det kvadrerade felet.

Modellparametern c har varit 0.1, 0.2, 0.5, 0.8 och 0.9. Fallen med $c=0$ (turbulent modell) och $c=1$ (laminär modell) ger rätt anpassning utan något fel.

Absolutfelet och rotmedelkvadratfelet redovisas i TAB.B1 för fallet med $b=0.5$. Läckflödets medelvärde är lika för de två modellerna och anges i TAB.B1 för att kunna avgöra hur god anpassningen är. Siffrorna visar att felet ökar med ökande laminaritet hos modellen. Felen är också påtagliga i jämförelse med medelvärdet för läckflödet.

TAB.B1 Absolutfel e_a , rotmedelkvadratfel e_{rms} och medelvärde q_m för parallell- och seriekopplade läckor för olika parametrar c och fix exponent $b=0.5$.

c	parallell		serie		q_m
	e_a	e_{rms}	e_a	e_{rms}	
0.1	0.0103	0.0116	0.0128	0.0160	0.6505
0.2	0.0206	0.0231	0.0253	0.0308	0.6338
0.5	0.0516	0.0578	0.0597	0.0692	0.5838
0.8	0.0826	0.0924	0.0885	0.0997	0.5338
0.9	0.0929	0.1040	0.0964	0.1081	0.5172

Fallet med godtycklig exponent b redovisas för fallet parallellkopplade läckor i TAB.B2 och för seriekopplade läckor i TAB.B3. Siffrorna i TAB.B2 och TAB.B3 visar att felen för båda modellfallen är som störst för $c=0.5$, vilket är väntat. Minst fel fås för nästan laminär eller nästan turbulent modell.

Den redovisade exponenten b följer också modellparametern c .

Den sammanfattande slutsatsen är att med en fri exponent i den anpassade modellen blir modellfelen små i förhållande till medelvärdet. Rena mätfel kan vara av samma storleksordning.

TAB.B2 Absolutfel e_a , rotmedelkvadratfel e_{rms} och exponent b för parallellkopplade läckor och olika parametrar c .

c	e_a	b	e_{rms}	b
0.1	0.0021	0.5365	0.0024	0.5355
0.2	0.0038	0.5741	0.0043	0.5726
0.5	0.0062	0.7072	0.0071	0.7044
0.8	0.0042	0.8708	0.0048	0.8707
0.9	0.0024	0.9336	0.0027	0.9325

TAB.B1. Absolutfel e_a , rotmedelkvadratfel e_{rms} och exponent b för seriekopplade läckor och olika parametrar c .

c	e_a	b	e_{rms}	b
0.1	0.0034	0.5400	0.0046	0.5430
0.2	0.0059	0.5822	0.0075	0.5871
0.5	0.0087	0.7245	0.0097	0.7283
0.8	0.0052	0.8853	0.0055	0.8849
0.9	0.0029	0.9420	0.0030	0.9412