1914

Untersuchung von natürlichen Luftströmungen in fußbodenbeheizten Hallenbauten auf der Grundlage der Ähnlichkeitstheorie

Akc. 1332

Dipl.-Ing. Cornelia C. ZIEMSSEN
Technische Universität Dresden, Sektion Energieumwandlung
Wissenschaftsbereich Technische Gebäudeausrüstung

Im Zuge einer systemgerechten Anwendung der Niedertemperatur-Heizungstechnik zwecks Reduzierung des Primärenergieverbrauchs und damit Substitution von Importenergien bei der Wärmeversorgung von Gebäuden sind Untersuchungen über Charakter und Struktur der Raumluftströmung in flächenbeheizten Räumen durchzuführen, um Kriterien für optimale Raumklimabedingungen ableiten zu können. Vor allem sind das Strömungsverhalten und die Wärmeübertragungsverhältnisse in geschlossenen, fußbodenbeheizten Hallenbauten mit verhältnismäßig großer Breiten- und Tiefenausdehnung zu klären, wenn die Raumluft lediglich durch Dichteunterschiede über der Heizfläche angetrieben wird. Hierüber liegen kaum Erfahrungen vor.

Symbole

a_t	Wirbeldiffusivität
c_p	spezifische Wärmekapazität
k	kinetische Energie der Turbulenz
$T; T_B; T_D$	absolute Temperatur, auf den Boden (das Dach) bezogen
u_i	Geschwindigkeit
x	Koordinate, Länge
δ_{ij}	*Kronecker*-Delta
ε	Dissipationsrate der kinetischen Turbulenzenergie
η	dynamische Viskosität
$\vartheta, \vartheta_B, \vartheta_{D,m}$	Celsius-Temperatur, auf den Boden (das Dach) bezogen
λ	Wärmeleitfähigkeit
ν_t	Wirbelviskosität
ϱ	Dichte
φ	allgemeine Variable
ψ	Stromfunktion
ω	Wirbelstärke

Theoretische Grundlagen der Modellierung der Raumluftströmungen

Bei der Klassifizierung von Methoden für die Vorausbestimmung von Strömungsvorgängen ist zwischen empirischen, experimentellen und mathematischen Methoden zu unterscheiden. Die Ähnlichkeitstheorie stellt ein theoretisches Hilfsmittel bei experimentellen Untersuchungen dar und führt in der Regel zur Simulation der Vorgänge in maßstabverkleinerten, geometrisch und physikalisch ähnlichen Modellen. Die erforderlichen dimensionslosen Kombinationen der Einflußgrößen physikalischer und geometrischer Art, die Ähnlichkeitskennzahlen, werden aus den den Vorgang beschreibenden Differentialgleichungen

- Kontinuitätsgleichung
- Bewegungsgleichung nach *Navier-Stokes*
- Wärmetransportgleichung nach *Fourier* sowie aus der
- Definitionsgleichung für den Wärmeübergangskoeffizienten

hergeleitet.

Für auftriebbehaftete Strömungen gewinnen die *Grashof*-Zahl, die *Prandtl*-Zahl, die Kombination dieser beiden Zahlen in Form der *Rayleigh*-Zahl ($Ra = Gr \cdot Pr$) und die *Nusselt*-Zahl sowie spezielle Rand- und Anfangsbedingungen an Bedeutung. Da nur für einfachste Fälle vollständige Ähnlichkeit erreichbar ist, muß sich der Ingenieur im allgemeinen mit partieller Ähnlichkeit begnügen. Im speziellen Fall ist wegen technischer Schwierigkeiten selbst die *Grashof*-Zahl nicht identisch zu erfüllen, vielmehr muß von einer qualitativen hydrodynamischen und thermischen Ähnlichkeit ausgegangen werden. Es ist eine *Rayleigh*-Zahl als Maß für die Stabilität der Schichtung, Intensität der freien Konvektion und die Art der Strömung zu realisieren, die unter den gegebenen Umständen eine turbulente Strömung im Modellraum beschreibt. Bei Überschreitung eines ausreichend hohen Niveaus der Geschwindigkeit bleibt sich die Struktur der turbulenten Strömung ähnlich.

Wegen des Transports thermischer Energie durch turbulente Wirbel kann die molekulare Diffusion vernachlässigt werden, so daß außerhalb des Grenzschichtbereichs die turbulente Strömung auch unabhängig von der *Prandtl*-Zahl wird.

Da in Hallenbauten stets mit turbulenter Raumluftströmung zu rechnen ist, sind in der Modellausführung ebenfalls turbulente, also qualitativ gleiche Strömungsverhältnisse zu realisieren. Dabei muß lediglich die Überschreitung des Übergangsbereichs von laminarer zu turbulenter Strömung garantiert sein; die *Rayleigh*-Zahl der Modellausführung kann also durchaus wenige Zehnerpotenzen unter der *Rayleigh*-Zahl des Originalzustands liegen. Besonders auf dem Gebiet der nach ihrem Entdecker *Bénard* benannten Zellularkonvektionsströmung werden aufschlußreiche Aussagen über die Abhängigkeiten der *Rayleigh*-Zahl, in erster Linie als dimensionslose Beschreibung der Temperaturdifferenz zwischen den horizontalen Begrenzungsflächen einer von unten homogenen beheizten Fluidschicht und deren Dicke, getroffen. Je größer die *Rayleigh*-Zahl ist, desto intensiver wird der Wärmeübertragungsmechanismus, der mit steigender *Rayleigh*-Zahl die Bereiche Wärmeübertragung

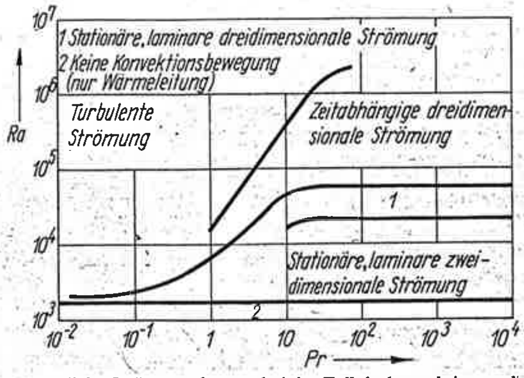
durch Wärmeleitung, laminare zweidimensionale und dreidimensionale Konvektionsströmung, zeitabhängig oszillatorische Instabilitäten und turbulente Konvektionsströmung durchläuft.
Die geometrische Form der entstehenden Strömungswirbel und der entsprechende *Rayleigh*-Zahlbereich, in dem ein bestimmter Wärmeübertragungsmechanismus bestimmend ist, sind in erster Linie von geometrischen und physikalischen Randbedingungen und damit auch von den Mechanismen abhängig, die die Zellularkonvektion auslösen können. Der Bereich der *Rayleigh*-Zahl als Charakteristikum für einen bestimmten Wärmeübertragungsmechanismus ist nach /1/ eine Funktion der *Prandtl*-Zahl, also stoffabhängig (Bild 1). Die Darstellung im Bild 1 bezieht sich auf eine horizontal unendlich ausgedehnte Fluidschicht, so daß ein Einfluß vertikaler Begrenzungsflächen hier zu vernachlässigen ist. Untersuchungen haben jedoch gezeigt, daß bei steigendem Höhen-Seiten-Verhältnis die Querschnittsform und die vertikalen Berandungen durch den Einfluß der Haftreibung eine entscheidende Rolle für das Einsetzen und die Entwicklung der thermischen Zellularkonvektion spielen. Der stabilisierende Einfluß der vertikalen Berandungen bewirkt eine Verschiebung der Bereiche der möglichen Strömungsformen nach Bild 1 zu höheren *Rayleigh*-Zahlen.
Bei der Bestimmung der *Rayleigh*-Zahl, die im Modell turbulente Strömung beschreibt, ist die Untersuchung der Abhängigkeit der *Nusselt*-Zahl von der *Rayleigh*-Zahl sehr hilfreich, da diese für Turbulenz dem $^1/_3$-Potenzgesetz $Nu \sim Ra^{1/3}$ folgt und der Wärmeübergangskoeffizient damit unabhängig von der Bezugslänge wird.

Experimentelle Untersuchungen und Ergebnisse

Ziel experimenteller Untersuchungen war das qualitative Erfassen des Strömungsbildes, um den Charakter der Strömung zu bestimmen. Zu diesem Zweck wurde ein einfacher idealisierter Modellraum mit den Seitenmaßen $L : B : H = 6 : 3 : 1$ mit $H = 0{,}32$ m, eine mittlere typische Hallenform repräsentierend, konzipiert, in dem unter Einhaltung der entsprechend berechneten Modellparameter die hydrodynamischen und thermischen Randbedingungen zwecks Simulation einer wirklichkeitsnahen Raumluftströmung realisiert werden konnten /2/. Die Luftströmung wurde mit Rauch als Indikator und dem Lichtschnittverfahren für die Beleuchtung sichtbar gemacht. Die fotografische Aufzeichnung erfolgte mit einer Kleinbildkamera und verschiedenen Weitwinkelobjektiven in der hinteren Hälfte des Modellraums.
Bei allen Experimenten, d. h. sowohl bei $Ra = 1{,}1 \cdot 10^8$ (dies entspricht den berechneten Modellparametern $\vartheta_B = 80$ °C, $\vartheta_{D,m} = 25$ °C), $Ra = 3{,}9 \cdot 10^7$ (das entspricht unter den geometrischen Modellbedingungen etwa originalen winterlichen Temperaturverhältnissen) als auch bei $Ra = 5 \cdot 10^6$ wurden prinzipiell übereinstimmende Strömungsformen beobachtet. Bestimmend waren dabei die ständig starke Verwirbelung innerhalb eines Stromfadens in allen Zonen des Modellraums und der ständig wechselnde geometrische Aufbau des Strömungsbildes. Es kristallisierten sich an den vier kalten Wänden erwartungsgemäß Fallströmungen und dadurch impulsbehaftete Bodenströmungen in Richtung Raummitte als Hauptströmungsrichtung bzw. als eine Art Grundströmung /3/ heraus, die durch eine stark pulsierende Strömungsschwingung überlagert wurden (Bild 2).
Temperaturmessungen an ausgewählten Punkten des Modellraums sowie die diversen Strömungsbeobachtungen bestätigten bei den o. g. *Rayleigh*-Zahlen das Vorhandensein turbulenter Raumluftströmung. Diese ist im wesentlichen durch folgende Merkmale gekennzeichnet (vgl. auch /2/ /4, 5, 6/):

1. Es entstehen innere Schwingungen von Fluidelementen, die zu nichtharmonischer Oszillation der Strömung führen.
2. Die bevorzugte Schwingungsrichtung der stochastischen Oszillation ist horizontal.
3. Trend bei der Erzeugung turbulenter Schwerkraftströmung ist die zweidimensionale Makrostruktur als Endform in genügend großem Abstand von einer Begrenzung der Strömung in der dritten Dimension.
4. In zeitlich und örtlich ungleichmäßigen Abständen lösen sich Thermals von der beheizten Fläche ab und fördern Ballen erwärmten Fluids nach oben.
5. Die Temperaturgradienten in der Grenzschicht an Boden- und Deckfläche sind sehr steil, während in der Zentralregion ein nahezu isothermer Kern vorhanden ist.
6. Das Strömungsbild tendiert zur Abnahme der Strömungswalzenanzahl.

Die experimentellen Ergebnisse gestatten neben der Bestimmung des Charakters der Strömung die Beobachtung örtlicher Geschwindigkeitsspitzen in Bodennähe, die besonders in der Nähe der kalten Außenwände

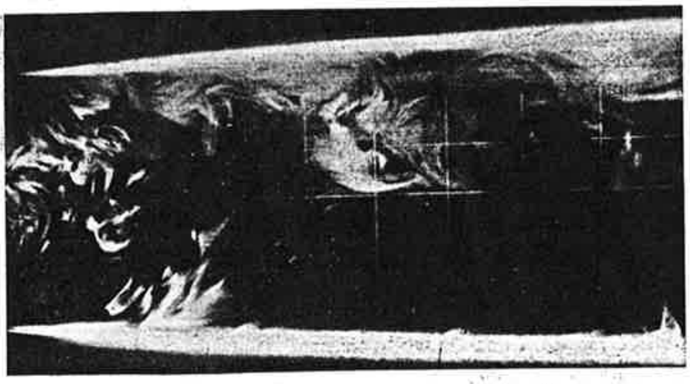


1 Mögliche Strömungsformen bei der Zellularkonvektion nach /1/

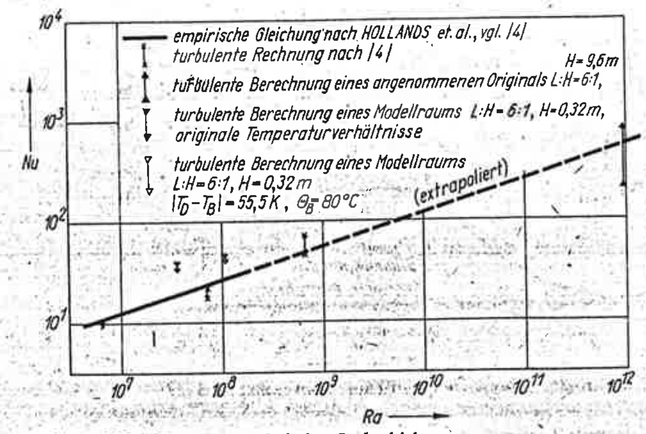
auf die Gefahr auftretender Zuglufterscheinungen im Aufenthaltsbereich der Halle hinweisen.
Als praktische Schlußfolgerung aus den qualitativen Strömungsuntersuchungen müßten Maßnahmen getroffen werden, die eine Abschwächung des Impulses des Kaltluftabfalls an den Außenwänden durch Tendenz zur Umkehr der Drehrichtung der o. g. Grundströmung bewirken. Dies kann z. B. durch ein wärmedichteres Dach (vor allem an den Rändern), Vermeidung von Wärmebrücken an den Übergangskanten Dach/Wand, durch Fußboden-Randzonenheizung sowie zusätzlich installierte Heizkörper großer wärmeabgebender Fläche an den Wänden bzw. Wandheizung realisiert werden /2/.
Die Beobachtung turbulenter Strömungsverhältnisse bereits bei einer *Rayleigh*-Zahl von $Ra = 3{,}9 \cdot 10^7$ bietet die Möglichkeit der quantitativen Versuchsdurchführung in einem Modell, besonders der Messung der Wärmestromdichte, da die *Rayleigh*-Zahl unter den gegebenen geometrischen Bedingungen einen Temperaturmaßstab von 1 : 1 verwirklicht. Damit ergeben sich sehr einfache Maßstab-Umrechnungsmöglichkeiten /7/.
Trotz vieler Unsicherheiten, die der Modelltechnik anhaften, erweist sie sich doch als unentbehrliches Hilfsmittel des Ingenieurs und liefert in Kombination mit anderen Methoden der Vorausbestimmung der Strömungsverhältnisse ein abgerundetes Bild der zu untersuchenden Vorgänge.

Numerische Berechnungen

Experimentelle Befunde und mathematisch-numerische Ergebnisse lassen sich zu einer fundierten Aussage zum Problem vereinen. Trotz umfangreicher Erfahrungen auf dem Gebiet der numerischen Behandlung partieller Differentialgleichungssysteme bereitet die Beschreibung turbulenter Auftriebsströmungen in geschlossenen Räumen wegen der Fülle der Einflußgrößen und komplexen Wechselwirkungen Schwierigkeiten. Die besondere Berücksichtigung des Schwerkrafteinflusses auf die Strömung erfolgt durch empirische Ansätze und Modellierungen des Differentialgleichungssystems, die auf experimentellen Erfahrungswerten beruhen und meistens durch verschiedene eingeführte Konstanten verkörpert werden.
Ziel der numerischen Berechnungen waren die Darstellung der turbulenten Raumluftströmung in ihrer Instationarität in Original- und Modellausführung sowie Aussagen zu den Wärmetransportverhältnissen im Raum.
Ausgangspunkt der numerischen Lösungsvorschrift sind die zeitlich ge-



2 Raumluftströmung in der linken Raumhälfte des Modellraums (linker Rand = gekühlte Wand) bei $Ra = 1{,}1 \cdot 10^8$



3 $Nu = f(Ra)$ für von unten beheizte Luftschichten

mittelten Differentialgleichungen der turbulenten Bewegung und des turbulenten Wärmetransports (*Reynolds*-Gleichungen):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\varrho\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\eta\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) - \varrho\, \overline{u'_i u'_j}\right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \varrho g_i \tag{2}$$

$$\varrho c_p\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \varrho c_p \overline{u'_j T'}\right] \tag{3}$$

Die Terme der *Reynolds*-Spannungen bzw. turbulenten Wärmeflüsse lassen sich nach /8/ modellieren durch

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij} k \tag{4}$$

$$-\overline{u'_j T'} = a_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}, \tag{5}$$

dabei ist

$$a_t = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \quad (\sigma_t \ldots \text{turbulente } \textit{Prandtl}\text{-Zahl}). \tag{6}$$

Grundlage der differentiellen Modellierung der Wirbelviskosität ν_t ist die kinetische Energie der Turbulenz k. Die für Rezirkulationsvorgänge vorteilhaften Zwei-Gleichungs-Modelle der Turbulenz stellen zur Beschreibung der turbulenten Strömung die Transportgleichung für die kinetische Energie der Turbulenz k und eine weitere Gleichung für die Determinierung des Längenmaßstabs der turbulenten Bewegung auf. Weit verbreitet in der Anwendung ist das sogenannte k-ε-Turbulenzmodell, das neben der Transportgleichung für k eine Transportgleichung für die Dissipationsrate der kinetischen Turbulenzenergie ε in Ansatz bringt. k und ε sind in diesem Modell die einzigen Parameter, die die Turbulenzstruktur näher charakterisieren, sie sind folgendermaßen definiert

$$k = 1/2\,(\overline{u'_i u'_i}) \tag{7}$$

$$\varepsilon = \nu\, \overline{\frac{\partial u'_i\, \partial u'_i}{\partial x_j\, \partial x_j}}, \tag{8}$$

und es gilt

$$\varepsilon \sim k^{3/2}/l. \tag{9}$$

Nach Einführung der Stromfunktion ψ und der Wirbelstärke ω lautet das zweidimensionale partielle Differentialgleichungssystem, das das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld einer durch die Wirkung der Schwerkraft angetriebenen turbulenten Strömung unter Verwendung des k-ε-Turbulenzmodells in einer Ebene des Raums beschreibt, in seiner allgemeinen Form

$$\underbrace{A\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)}_{\text{instat. Term}} + \underbrace{a\varphi\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial y}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\varphi \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)\right\}}_{\text{Konvektionsterm}} + \underbrace{-\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[b\varphi \frac{\partial}{\partial x}\left(c\varphi \cdot \varphi\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[b\varphi \frac{\partial}{\partial y}\left(c\varphi \cdot \varphi\right)\right]\right\}}_{\text{Diffusionsterm}} + \underbrace{d\varphi}_{\text{Quellterm}} = 0, \tag{10}$$

mit $= \varphi = \omega, \psi, k, \varepsilon, T$

und A, $a\varphi$, $b\varphi$, $c\varphi$, $d\varphi$ /4, 9/.

Die numerische Lösung erfolgte mit einem Fortran-Rechenprogramm, in dem, aufbauend auf einem Programm in /9/, die Lösungsvorschrift der allgemeinen Differenzengleichung unter Verwendung eines Verfahrens der wechselnden Iterationsrichtungen (ADIP) und des gewichteten „Upstream"-Prinzips umgesetzt ist. Die numerischen Ergebnisse bestätigten im wesentlichen die experimentellen Befunde.

Bei den durchgeführten Rechnungen wurden sowohl die Randbedingungen der Temperatur, die Anfangsfeldbelegung der Stromfunktion und Temperatur, die geometrischen Verhältnisse sowie verschiedene Iterationsparameter und Iterationsrichtungen variiert. Wie bei turbulenter Strömung erwartet, ist der Temperaturgradient im Raum sehr gering, und die Temperaturverteilung ist durch steile Gradienten am Boden und am Dach gekennzeichnet. Der Einfluß der kalten Wände macht sich durch sogenannte Kaltluftbeulen zum Teil bis zu einem Viertel der Raumtiefe bemerkbar.

Die instationäre Berechnung für $L : H = 6 : 1$ führte zu vier asymmetrischen Wirbeln, die sich in ihrer Größe beträchtlich ändern konnten und örtlich horizontale Schwankungsbewegungen ausführten. Außerdem war diese Schwankungsbewegung mit starken Intensitätsschwankungen der Stromfunktion und damit der Geschwindigkeitsverteilung verbunden. Maxima der Geschwindigkeit lagen im Aufenthaltsbereich des Raums und nahmen an bestimmten Punkten je nach Momentanzustand teilweise Werte über 0,5 m/s an.

Die Berechnung der *Nusselt*-Zahlverteilung nach

$$Nu_y = \frac{-\lambda_{\text{eff}}(\partial \bar{T}/\partial y) + \varrho c_p \bar{V} \Delta T}{-(\lambda/H)\,(T_D - T_B)}, \tag{11}$$

die über die ursprüngliche Definition nach *Nusselt* hinausgehend die Wärmeübergangsverhältnisse der gesamten Strömung beschreibt, erbrachte eine Bestätigung vorgestellter Ergebnisse in /4/.

Die *Nusselt*-Zahl ist starken örtlichen und zeitlichen Schwankungen unterworfen, so daß die Angabe zeitlicher Mittelwerte schwierig ist. Es konnte aber eindeutig festgestellt werden, daß die *Nusselt*-Zahl in ihrer Abhängigkeit von der *Rayleigh*-Zahl dem $^1/_3$-Potenzgesetz folgt, so daß sowohl im Original als auch im Modell das Vorhandensein turbulenter Strömungsverhältnisse nachgewiesen wurde (Bild 3).

Durchgeführte Rechnungen stellten anschaulich die turbulente Strömung in ihrer Instationarität dar und unterstrichen die Notwendigkeit eines den „wahren" Zeitverlauf simulierenden Berechnungsverfahrens, das die stochastischen Schwankungsbewegungen der turbulenten Strömung beschreibt.

Zusammenfassung

Die Kombination verschiedener Methoden der Vorausbestimmung von Strömungsvorgängen in geschlossenen Räumen liefert ein abgerundetes Bild der zu untersuchenden Verhältnisse. So ergaben experimentelle Befunde mittels Modelltechnik und numerische Berechnungen durch Integration des partiellen Differentialgleichungssystems fundierte Aussagen zum Charakter der Luftströmung im betrachteten Raum. Die Erzielung qualitativ gleicher turbulenter Strömungsverhältnisse in Modell- und Originalausführung sind Voraussetzung für die Verwendung eines derartigen Modells zwecks quantitativer Untersuchung im Raum.

Literatur

/1/ *Krishnamurti, R.:* Some further studies on the transition to turbulent convection.
Journ. „*Fluid Mech.*", 60 (1973) S. 285 bis 303

/2/ *Ziemssen, C. C.:* Untersuchungen von durch Dichteunterschiede angetriebenen Raumluftströmungen auf der Grundlage der Ähnlichkeitstheorie.
„*Wiss. Zeitschr. der TU Dresden*", 34 (1985) 2, S. 159 bis 163

/3/ *Srulijes, J. A.:* Zellularkonvektion in Behältern mit horizontalen Temperaturgradienten. –
Dissertation Universität Karlsruhe, 1979

/4/ *Rheinländer, J.:* Numerische Berechnung von vorwiegend durch die Schwerkraft angetriebenen Raumströmungen.
Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschr., Reihe 7, Nr. 60, Düsseldorf, 1981

/5/ *Stuhmiller, J. H.:* Theoretical considerations of turbulent boyant flow.
Heat Transfer and Turbulent Bouyant Convection.
Hemishere Publ. Corp., Washington, 1976, S. 3 bis 14

/6/ *Weiss, H.:* Numerische Berechnung zweidimensionaler, natürlicher Konvektionsströmungen über einer horizontalen, beheizten Platte endlicher Ausdehnung.
Dissertation ETH Zürich, 1976

/7/ *Euser, H. / Hoogendoorn, C. J. / Van Ooijen, H.:* Airflow in a room as induced by natural convection streams.
„*Energy Conservations in Heating, Cooling, and Ventilating Buildings*", 1 (1978) S. 259 bis 27(

/8/ *Bradshaw, P. / Cebeci, T. / Whitelaw, J. H.:* Engineering Calculation Methods of Turbulen
Flow.
Academic Press, London, 1981

/9/ *Scholz, R.:* Numerische Berechnung ebener, stationärer Strömungen in Räumen mit Strahllüftung.
Dissertation TH Leuna-Merseburg, 1978