

Gesundheits Ingenieur

Haustechnik · Bauphysik · Umwelttechnik

Herausgegeben von

K. W. USEMANN

118. Jahrgang 1997 · Heft 5 · Seite 233–288

unter Mitwirkung von

F. Baum, H. Erhorn, E. Lahmann, H. Viessmann und J. Wegner

in Verbindung mit dem

Umweltbundesamt, Institut für Wasser-, Boden- und Lufthygiene, Berlin-Dahlem; Bayerischen Landesamt für Umweltschutz, München und der Gesundheitstechnischen Gesellschaft, Berlin.

Bauklimatische Analyse der Frauenkirche in Dresden

Karl Petzold

Die 1945 zerstörte Frauenkirche in Dresden soll wieder aufgebaut werden, und zwar in traditioneller Bauweise und Gestalt, aber mit einer erweiterten Nutzung. Durch die Funktionserweiterung ändern sich die bauklimatischen Randbedingungen. Um Vorkehrungen zur Sicherung eines funktionsgerechten Raumklimas sowie zur Eigensicherung des Bauwerkes planen zu können, wird das bauklimatische Verhalten der Frauenkirche analysiert. Dazu werden vollständige Energie- und Feuchtebilanzen herangezogen, in denen neben der Wärmespeicherung auch die Speicherung von Wasserdampf im Baukörper berücksichtigt wird. Da der Baukörper nicht zu verändern ist, muß der Feuchteschutz über eine geeignete Lüftung und Heizung, also durch eine bauwerksgerechte Klimatisierung gesichert werden. Eine zusätzliche Befeuchtung ist notwendig, um die Spreizung der relativen Feuchte zu begrenzen.

1. Vorhaben

Für Kirchen und andere – i. d. R. unbeheizte – monumentale Baudenkmale hat sich in einem jahrhundertelangen, durch Erfahrung gesteuerten Entwicklungsprozeß eine funktions- und klimagerechte Bauweise herausgebildet: Die Wärme- und Stofflasten, die Speicherefähigkeit des Baukörpers sowie die Lüftung sind so aufeinander abgestimmt, daß sich sowohl ein für Menschen noch erträgliches Raumklima einstellt als auch eine annähernd konstante relative Feuchte φ . Wegen dieser annähernd – innerhalb einer Schwankungsbreite von etwa $\Delta\varphi \leq \pm 15\%$ – konstanten relativen Feuchte φ der Raumluft gibt es an Gegenständen, die hygroskopisch sind und folglich empfindlich auf Änderungen der relativen Feuchte reagieren, erfahrungsgemäß kaum (raum-)feuchtebedingte Schäden: weder am Holz der Orgeln, der Altäre und Bilderrahmen, noch an der Leinwand von Gemälden u. dgl. Unbeheizte Kirchen traditioneller Bauweise klimatisieren sich – funktionsgerecht(!) – selbst (autogen, frei). Die Regelgröße ist die relative Feuchte φ – wie übrigens häufig auch in Arbeitsräumen, in denen die Produktion konstante relative Feuchte fordert, für die dann aber (wegen enger gesetzter

Prof. (em.) Dr. Karl Petzold, Technische Universität Dresden, Fakultät Architektur, Institut für Bauklimatik, Zellescher Weg 17, 01062 Dresden.

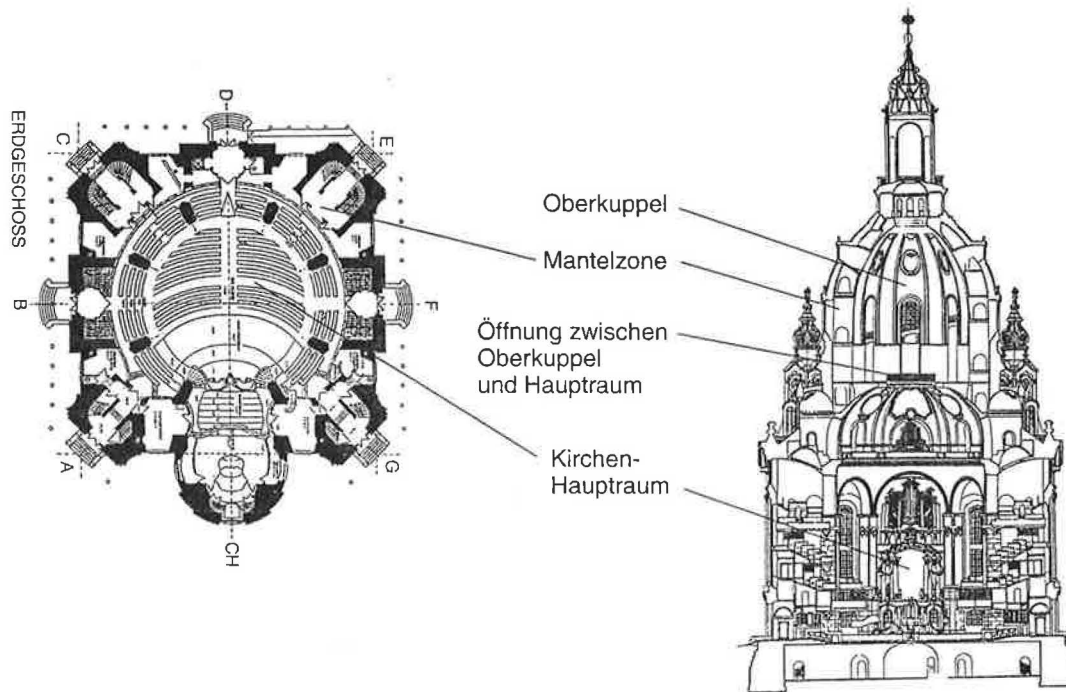


Bild 1.1. Frauenkirche in Dresden – Schnitt und Grundriß (nach Zeichnungen von Ipro Dresden).

Toleranzen, wegen höherer Lasten, eines anderen Verhaltens des Baukörpers u. a. m.) Klimaanlage eingesetzt werden müssen.

Dieses Gleichgewicht zwischen den Komponenten des Raumklimas wird bekanntlich empfindlich gestört, wenn die Kirchen durchgehend beheizt werden. Die relative Feuchte ϕ verringert sich während der Heizzeit beträchtlich gegenüber den Werten, die sich im Sommer einstellen, und diese weite Spreizung der relativen Feuchte kann an den Organen usw. Schäden verursachen.

Eine solche allgemeine Heizung ist zur Erfüllung höherer Komfortansprüche erforderlich, und sie wird auch benötigt, wenn die Funktion der Kirchenräume über eine ausschließlich sakrale Nutzung hinaus erweitert wird, wenn also z. B. wegen einer extensiveren Nutzung eine verstärkte Lüftung erforderlich wird und/oder Nutzungsänderungen die Anforderungen an das Raumklima qualitativ verändern.

Die 1945 zerstörte Frauenkirche in Dresden soll wieder aufgebaut werden, und zwar archäologisch, also in traditioneller Bauweise und Gestalt (Bild 1.1), aber mit einer erweiterten Nutzung. Unter anderem sind Konzerte vorgesehen. Durch die Funktionserweiterung ändern sich die bauklimatischen Randbedingungen. Um Vorkehrungen zur Sicherung eines funktionsgerechten Raumklimas sowie zur Eigensicherung des Bauwerkes planen zu können, wurde das bauklimatische Verhalten der Frauenkirche analysiert. Dazu wurde das Klima, das sich in den Räumen der Frauenkirche einstellen wird, unter Variation sinnvoll veränderlicher Parameter theoretisch untersucht, und zwar sowohl das Raumklima, das sich frei, also ohne Heizung einstellen wird, als auch das durch zeitweiliges Heizen (und Befeuchten) veränderte Raumklima.

Bei diesen Untersuchungen ist es unumgänglich, von den Grundlagen auszugehen. Dafür gibt es zwei Gründe:

1. Monumentale Baudenkmale wie die Frauenkirche haben einen Baukörper mit sehr dicken Wänden und werden nur mäßig gelüftet. Solche Gebäude zeigen ein anderes Zeitverhalten als z. B. Wohn- und Geschäftsbauten heute üblicher Bauart. Deren Wände sind nicht so dick und deren Wärmebeharrungsvermögen ist folglich nicht extrem groß (WBV eg) wie das der Frauenkirche, sondern nur groß oder mäßig (WBV g oder m) [1; 2]. Das einschlägige Vorschriftenwerk ist – mit Recht – auf letztere zugeschnitten, so daß sich die bauklimatische Bemessung der Frauenkirche nur bedingt darauf stützen kann.
2. Zum anderen ist hier der Baukörper vorgegeben und nicht mehr zu verändern. Deswegen sind Tauwasserschäden nicht – wie sonst üblich – über eine Wärmedämmung zu verhindern. Es käme (auch aus denkmalpflegerischer Sicht) allenfalls eine Innendämmung in Betracht; wegen der Anfälligkeit von Innendämmungen für Feuchteschäden wird darauf aber verzichtet. Deswegen kann der Feuchteschutz nur über eine geeignete Führung des Raumklimas gewährleistet werden. Die Ansatzpunkte sind also die Lüftung und die Heizung; diese müssen für eine bauwerksgerechte Klimatisierung sorgen.

Diese Analyse wird im folgenden vorgestellt¹⁾. Dabei wird auf die grundlegenden Zusammenhänge und auf das typische Verhalten solcher Gebäude ausführlich eingegangen. Denn die benutzten Analysemethoden und Berech-

¹⁾ Erweiterte Fassung eines Beitrages auf dem 9. Bauklimatischen Symposium der TU Dresden [1]

nungsverfahren gelten allgemein, sind also zur Untersuchung des bauklimatischen Verhaltens auch anderer Gebäude geeignet. Besonders aber eignen sie sich für monumentale Baudenkmale und ihnen – bauklimatisch – vergleichbare Gebäude mit einem relevanten Anteil sehr dicker Wände und folglich extrem großem Wärmebeharrungsvermögen (WBV eg) [2; 3; 4].

2. Methode

In den Räumen eines Gebäudes, das weder beheizt noch gekühlt wird, stellt sich das Raumklima „frei“, „autogen“ [3] ein. Dieses sich frei einstellende, autogene Raumklima kann bekanntlich aus Energie- und Stoffbilanzen ermittelt werden [2; 5]. Wegen der unterschiedlichen Bilanzbereiche werden Temperatur und Wasserdampfgehalt getrennt ermittelt und später erst zu Aussagen über das Raumklima zusammengefaßt.

Die Untersuchungen konzentrieren sich vorerst auf die Tagesmittel der Raumlufttemperatur und des Wasserdampfgehaltes, die sich frei einstellen. Die Wirkung der Heizung und einer evtl. Befeuchtung der Raumluft werden dem sich frei einstellenden Raumklima überlagert. Die Tagesmittel werden untersetzt durch die Tagesgänge, die sich bei unterschiedlicher Nutzung der Räume einstellen können.

2.1 Jahrgang der Tagesmitteltemperaturen bei konstantem Förderstrom

Grundsätzliche Aussagen über die bauklimatische Situation eines Gebäudes ergeben sich aus einer Analyse des langfristigen Verlaufs des Raumklimas. Bei Gebäuden mit so dicken Wänden, wie sie die Frauenkirche hat, ist der Jahrgang der Klimatelemente zu berücksichtigen. Es reicht aus, die Tagesmitteltemperaturen zu betrachten, die sich bei konstanten, d. h. im Tagesmittel zeitlich unveränderlichen Förderströmen einstellen. Der Einfluß zeitweiliger Veränderungen des Förderstromes läßt sich durch Interpolation zwischen den für unterschiedliche Förderströme gewonnenen Ergebnissen abschätzen.

2.1.1 Raumlufttemperatur

Wegen der Lüftungs- und der Transmissionswärme wird die Temperatur in frei klimatisierten Gebäuden i. d. R. von der Außenlufttemperatur dominiert; diese fungiert als Führungsgröße [5, S. 41]. Ihr Verlauf wird durch *Fourier*-reihen beschrieben.

Mit den *Fourier*-Koeffizienten a_p und b_p ist der Jahrgang der Außenlufttemperatur bekanntlich

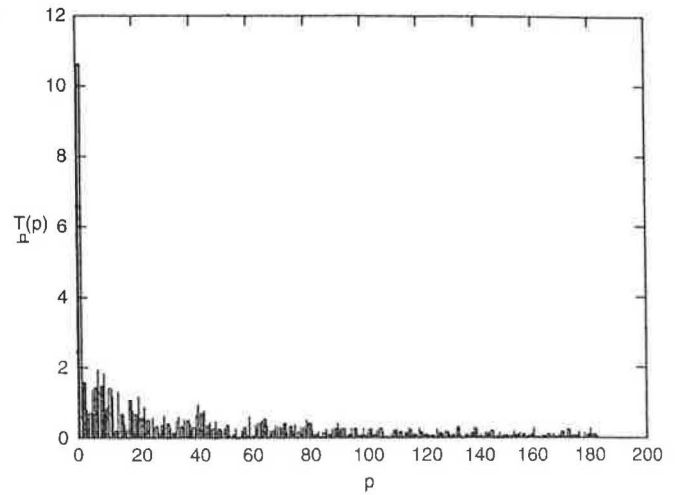


Bild 2.1. Amplitudenspektrum des Jahrganges der Tagesmittel der Außenlufttemperatur $T(p) = |\Theta_{e,p}|$ nach Gl. (2.5). (Dresden 1989) ($a_0 = 15,52$).

$$\vartheta_c(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{p=1}^N [a_p \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) + b_p \cdot \sin(\omega \cdot p \cdot t)]. \quad (2.1)$$

Der Jahrgang der Raumlufttemperatur $\vartheta_R(t)$ ergibt sich daraus in Abhängigkeit von der Zeit t zu

$$\vartheta_R(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{\dot{Q}_a}{W_{L,a} + W_{T,a}} + \text{Re} \left\{ \sum_{p=1}^N FTp \cdot [a_p \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) + b_p \cdot \sin(\omega \cdot p \cdot t)] \right\}. \quad (2.2)$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{\tau_1} \quad (2.3)$$

ist die Kreisfrequenz der Grundschwingung (hier: des Jahrganges mit einer Schwingungsdauer von $\tau_1 = 8760$

Tafel 2.1. Kirchen-Hauptraum – Parameter.

Pfeiler, Innenwände	halbe Dicke	d =	0,75	m
	Dicke der Putzschicht		0,015	m
Außenwände	Dicke	d =	1,50	m
	Dicke der Putzschicht (innen)		0,015	m
Außenwände, Pfeiler, Innenwände	Wärmeleitfähigkeit	$\lambda =$	1,5	W/(m · K)
	Wärmeeindringkoeffizient	b =	30,0	W · h ^{1/2} /(m ² · K)
	Dampfleitfähigkeit der Putzschicht	$\lambda D =$	0,012	kg/(m · h)
	Dampfleitfähigkeit des Sandsteines	$\lambda D =$	0,006	kg/(m · h)
	Hygrischer Eindringkoeffizient des Putzes	bH =	3,16	kg · h ^{1/2} /(m ² · h)
	Hygrischer Eindringkoeffizient von Sandstein	bH =	2,20	kg · h ^{1/2} /(m ² · h)
Wärme- und Stoffübergang	Dampfleitfähigkeit des Gestühles und von Glas	$\lambda D =$	0	
	mittlerer Gesamt-Wärmeübergangskoeffizient, außen	$\alpha_{e,g} =$	15	W/(m ² · K)
	Konvektions-Wärmeübergangskoeffizient, innen	$\alpha_{i,c} =$	3,0	W/(m ² · K)
	mittlerer Gesamt-Wärmeübergangskoeffizient, innen	$\alpha_{g,i} =$	6,0	W/(m ² · K)
	Stoff-Übergangskoeffizient, innen	$\sigma =$	12,0	kg/(m ² · h)
	Wärmedurchgangskoeffizienten der Fenster	$k_F =$	2,0	W/(m ² · K)
Volumen	Wärmedurchgangskoeffizienten der Außenwände	$k_A =$	0,811	W/(m ² · K)
	Volumen des Kirchen-Haupttraumes (einschließlich Oberkuppel)	$V_R =$	18 000	m ³
Flächen	Außenwände (transmittierend)	$A_T =$	2000	m ²
	massive Raumumschließungskonstruktion	A =	5250	
	Innenkonstruktion (Pfeiler u. dgl.)	$A_I =$	2500	
	Fenster	$A_F =$	900	

h), p die Ordnungszahl. Für eine exakte Beschreibung werden $N = 182$ Harmonische benötigt, wenn die *Fourieranalyse* für die gleiche Zahl von Harmonischen durchgeführt worden ist. Für eine hinreichende Näherung (Abweichungen $< \pm 1,5$ K) genügen in Gl. (2.2) bereits $N = 10$ Harmonische [2].

Das Jahresmittel der Raumlufttemperatur wird durch das Jahresmittel \dot{Q}_a der Wärmelast über die Außenlufttemperatur erhöht. Diesem Jahresmittel überlagern sich instationäre Komponenten, die gegenüber den Schwingungen der Außenlufttemperatur gedämpft sind. Das Verhältnis der p -ten Schwingung der Raumlufttemperatur $\vec{\Theta}_{R,p}$ (der Regelgröße) zur p -ten Schwingung der Außenlufttemperatur $\vec{\Theta}_{e,p}$ (der Führungsgröße) ist die *thermische Übertragungsfunktion*

$$FT_p \equiv \frac{\vec{\Theta}_{R,p}}{\vec{\Theta}_{e,p}} = \frac{W_L + \vec{W}_{T,p} + \frac{\vec{Q}_p}{\vec{\Theta}_{e,p}}}{W_L + \sum_j (\vec{B}_{p,j} \cdot A_j)} \quad (2.4)$$

Sie ergibt sich aus einer Energiebilanz am Gebäude [2; 4][5, S. 50 ff.] (Parameter s. *Tafel 2.1*).

Die Amplitude der p -ten Harmonischen der Außenlufttemperatur (z. B. *Bild 2.1*) ist

$$|\vec{\Theta}_{e,p}| = \sqrt{a_p^2 + b_p^2} \quad (2.5)$$

2.1.2 Wärmelast

Die p -te Schwingung der Wärmelast in Gl. (2.4) ist

$$\vec{Q}_p = \vec{Q}_{N,p} + \vec{Q}_{S,p} \quad (2.6a)$$

und das Jahresmittel der Wärmelast in Gl. (2.2)

$$\dot{Q}_a = \dot{Q}_{N,a} + \dot{Q}_{S,a} \quad (2.6b)$$

Sie umfassen hier, bei freier Klimatisierung, nur die funktionsbedingte (innere) Wärmelast $\vec{Q}_{N,p}$ bzw. $\dot{Q}_{N,a}$ sowie die Strahlungslast $\vec{Q}_{S,p}$ bzw. $\dot{Q}_{S,a}$, nicht aber die Transmissionswärmelast. Diese ist ebenso wie die Lüftungswärmelast dem Temperaturgefälle zwischen Raum- und Außenluft proportional; beide werden deswegen durch ihre Wärmewerte (Wärmekapazitätsströme) $\vec{W}_{T,p}$ bzw. $W_{T,a}$ und $W_L \equiv W_{L,a}$ erfaßt.

Eine nennenswerte technologische Wärmelast ist hier nicht zu erwarten, so daß die nutzungsbedingte (innere) Wärmelast \dot{Q}_N nur aus Beleuchtungswärmelast \dot{Q}_B und Personenwärmelast \dot{Q}_P besteht (*Tafel 2.2*). Beide sind nutzungsbedingt, können also nur abgeschätzt werden und tragen dadurch eine gewisse Unsicherheit

herein. Andererseits genügt es dann aber auch, bei der Beleuchtungswärmelast \dot{Q}_B nur das Jahresmittel und die Amplitude der Jahresgrundschiwingung ($p = 1$) zu berücksichtigen (*Tafel 2.2*), die sich aus dem Jahresgang des Tageslichtanteils ergibt, und höhere Harmonische zu vernachlässigen.

Die Personenwärmelast \dot{Q}_P ist proportional der Zahl der im Raum anwesenden Nutzer. Auf den Tag bezogen ist die „mittlere Personen-Stunden-Zahl“

$$nP = \frac{\sum (\text{Personenzahl} \cdot \text{Anwesenheitszeit [h]})}{24[\text{h}]} \quad (2.7)$$

Damit wird das Jahresmittel der nutzungsbedingten (inneren) Wärmelast

$$\dot{Q}_{N,a} = \dot{Q}_{B,a} + 80 \cdot 10^{-3} \cdot nP \quad [\text{kW}]. \quad (2.8)$$

Die Strahlungslast \dot{Q}_S ist gering. Deswegen genügt es wohl auch hier, lediglich das Jahresmittel $\dot{Q}_{S,a}$ und die den Jahresgang bestimmende Amplitude $\dot{Q}_{S,1}$ der Jahresgrundschiwingung zu berücksichtigen (*Tafel 2.2*). Die außen an den dicken Außenwänden und am Dach absorbierte Sonnenstrahlungsenergie kann wegen ihrer Geringfügigkeit vernachlässigt werden.

Da die Beträge der Beleuchtungs- und der Strahlungslast im Jahresgang gegenläufig schwingen, ändert sich die Gesamtwärmelast im Verlaufe eines Jahres nur wenig; sie ist fast konstant.

2.1.3 Förderstrom

Der Förderstrom \dot{V} wird durch seinen Wärmewert (Wärmekapazitätsstrom)

$$W_L = \dot{V} \cdot \rho_L \cdot c_L \quad (2.9)$$

wirksam. Bei annähernd gleichbleibender Nutzung kann in guter Näherung ein ganzjährig konstanter mittlerer (Tagesmittel!) Förderstrom \dot{V} der Lüftung vorausgesetzt werden. Dieser hat zwei Anteile:

- Eine Grundlüftung \dot{V}_G , die sich aus der unvermeidlichen, ständig vorhandenen Fugenlüftung ergibt und für die Frauenkirche zu $\dot{V}_G = 500 \text{ m}^3/\text{h}$ abgeschätzt werden kann. Sie dient u. a. dazu, den in der Baukonstruktion und in der Raumluft gespeicherten und außerhalb der Nutzungszeit wieder freigesetzten Wasser-

Tafel 2.2. Kirchen-Hauptraum – Lasten.

		vorgesehene Nutzung (nP = 50 ... 200)	ausschließlich sakrale Nutzung (nP = 5)
Technologische Wasserdampflast	Jahresmittel M_{DT} [kg/h]	3,0	0,10
	Jahresamplitude $M_{DT,1}$ [kg/h]	0	0
Beleuchtungs-Wärmelast	Jahresmittel $Q_{B,a}$ [kW]	24,0	3,0
	Jahresamplitude $Q_{B,1}$ [kW]	5,0	0,5
	Phasenwinkel (gegen Jahresanfang) [rad]	0	0
Strahlungslast	Jahresmittel $Q_{S,a}$ [kW]	9,0	9,0
	Jahresamplitude $Q_{S,1}$ [kW]	7,0	7,0
	Phasenwinkel (gegen Jahresanfang) [rad]	π	π

dampf, die ebenfalls gespeicherten Riech- und Ekelstoffe, CO₂ u. dgl. abzuführen. Außerdem kann sie einen großen Teil der nicht-personen-bezogenen, technologischen Feuchtelast \dot{M}_{DT} (aus Reinigungsprozessen u. dgl.) abführen.

- Einen Förderstrom \dot{V}_N , der nur während der Nutzung benötigt wird. Er ist der mittleren Personen-Stunden-Zahl nach Gl. (2.7) proportional sowie der aus hygienischen Gründen erforderlichen Luftrate von $\dot{V}_N/nP = 20 \text{ m}^3/\text{h}$ je Person.

Damit ergibt sich der im Jahresmittel benötigte Förderstrom zu

$$\dot{V} = \dot{V}_G + \frac{\dot{V}_N}{nP} \cdot nP = \dot{V}_G + 20 \cdot nP \text{ [m}^3/\text{h]}. \quad (2.10)$$

Es kann abgeschätzt werden, daß die mittlere Personen-Stunden-Zahl in der Frauenkirche langfristig nicht weniger als $nP = 50$ und nicht mehr als $nP = 200$ betragen wird. Der mittlere Förderstrom dürfte sich also zwischen etwa $\dot{V} = 1500$ und $\dot{V} = 4500 \text{ m}^3/\text{h}$ bewegen. Nur bei ausschließlich sakraler Nutzung können geringere Werte angesetzt werden (Tafel 2.2).

Bei etwa $n = 2000$ Plätzen im Kirchen-Hauptraum wird dort ein installierter Förderstrom von etwa $\dot{V}_{inst} = 40000 \text{ m}^3/\text{h}$ benötigt.

2.1.4 Wärmespeicherung

Die Temperaturschwingungen werden durch Wärmespeicherung in der Baukonstruktion (Tafel 2.1) gedämpft, und zwar proportional dem Wärmeabsorptionsvermögen

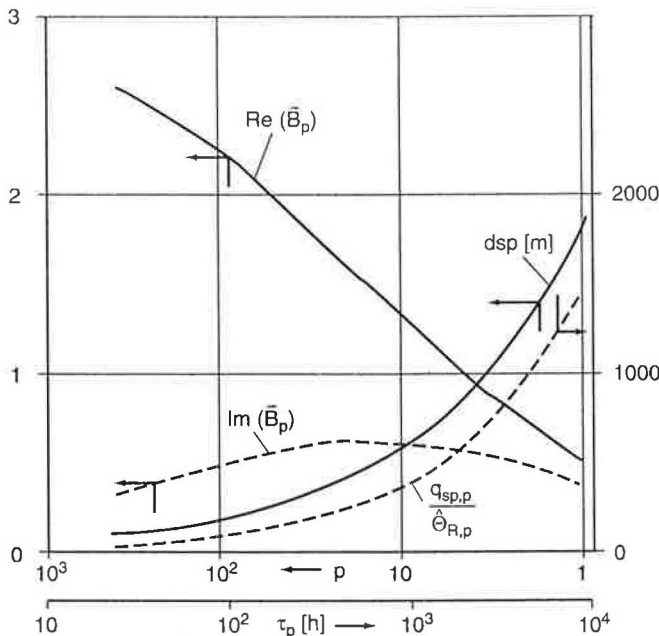


Bild 2.2. Realteil $\text{Re}(\vec{B}_p)$ und Imaginärteil $\text{Im}(\vec{B}_p)$ des Wärmeabsorptionskoeffizienten einer thermisch unendlich dicken Schicht aus Sandstein in $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ als Funktion der Ordnungszahl p bzw. der Schwingungsdauer τ_p . Verlauf der speicherwirksamen Dicke d_{sp} in m nach Gl. (2.19a) sowie der während einer halben Periode der Dauer τ_p gespeicherten Wärmemenge $q_{sp,p}$ nach Gl. (2.21) je Einheit der Raumlufttemperaturamplitude $\hat{\Theta}_{R,p}$ und je Flächeneinheit in $\text{Wh}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$.

$\sum_j \vec{B}_{p,j} \cdot A_j$ in Gl. (2.4). Der *Wärmeabsorptionskoeffizient* $\vec{B}_{p,j}$ (Bild 2.2) an der raumseitigen Oberfläche des Bauteiles j ist:

$$\vec{B}_{p,j} = \vec{n}_{p,j} \cdot \vec{Y}_{p,j} = \frac{\alpha_{c,j} \cdot \vec{Y}_{p,j}}{\alpha_{c,j} + \vec{Y}_{p,j}} \quad (2.11)$$

Bei einer harmonischen Schwingung

$$\vec{\Theta}_{s,p,n,j} = |\vec{\Theta}_{s,p,n,j}| \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) \quad (2.12a)$$

der Temperatur an der eintrittsseitigen Oberfläche der Schicht n einer Wand j (Bild 2.3) fließt dort ein Speicherwärmestrom der Dichte

$$\vec{q}_{p,n,j} = \vec{Y}_{p,n,j} \cdot \vec{\Theta}_{s,p,n,j} \quad (2.12b)$$

$\hat{\Theta}_n = |\vec{\Theta}_{s,p,n,j}|$ ist die Amplitude der Temperatur an der eintrittsseitigen Oberfläche, ω die Kreisfrequenz der Schwingung nach Gl. (2.3). Durch diese harmonische Schwingung entsteht eine Temperaturwelle, die umso tiefer in die Schicht n eindringt, je größer die Schwingungsdauer

$$\tau_p = \frac{\tau_1}{p} \quad (2.13)$$

ist (Bild 2.3).

Die Temperatur hinter der Schicht $n = 1$ ist durch die (konstante) Jahresmitteltemperatur gegeben. Für die Temperaturwellen, die sich dem stationären Jahresmittel des Wärmestromes überlagern, ergibt sich die komplexe Wärmeleitfähigkeit an der Eintrittsseite der Temperaturwelle, die als *thermische Admittanz* bezeichnet wird, dann als Lösung der *Fourierschen* Diffgl. [6, S. 52 ff.] [7; 8] zu

$$\vec{Y}_{p,n,j} = S_{p,n,j} \sqrt{i} \frac{\tanh(R_{n,j} \cdot S_{p,n,j} \sqrt{i}) + \frac{\vec{Y}_{p,n-1,j}}{S_{p,n,j} \sqrt{i}}}{1 + \tanh(R_{n,j} \cdot S_{p,n,j} \sqrt{i}) \cdot \frac{\vec{Y}_{p,n-1,j}}{S_{p,n,j} \sqrt{i}}} \quad (2.14)$$

(In früheren Veröffentlichungen wurde die thermische Admittanz Y als „Schichtspeicherkoefizient U “ bezeichnet; diese Bezeichnung wurde wegen der Gefahr einer Verwechslung mit der im englischen Sprachbereich üblichen Bezeichnung „ U “ für den Wärmedurchgangskoeffizienten verlassen.)

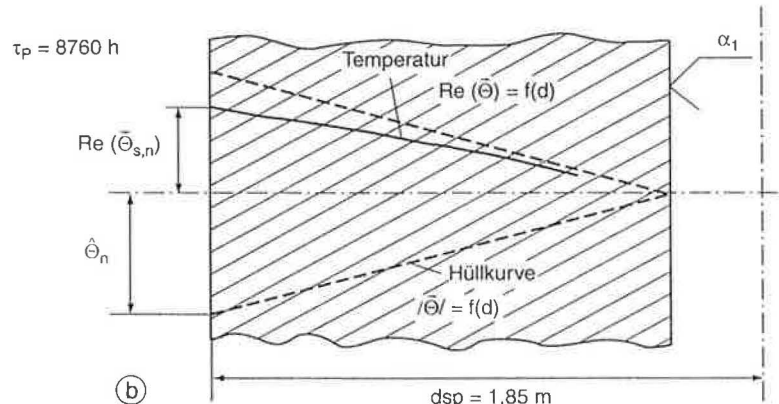
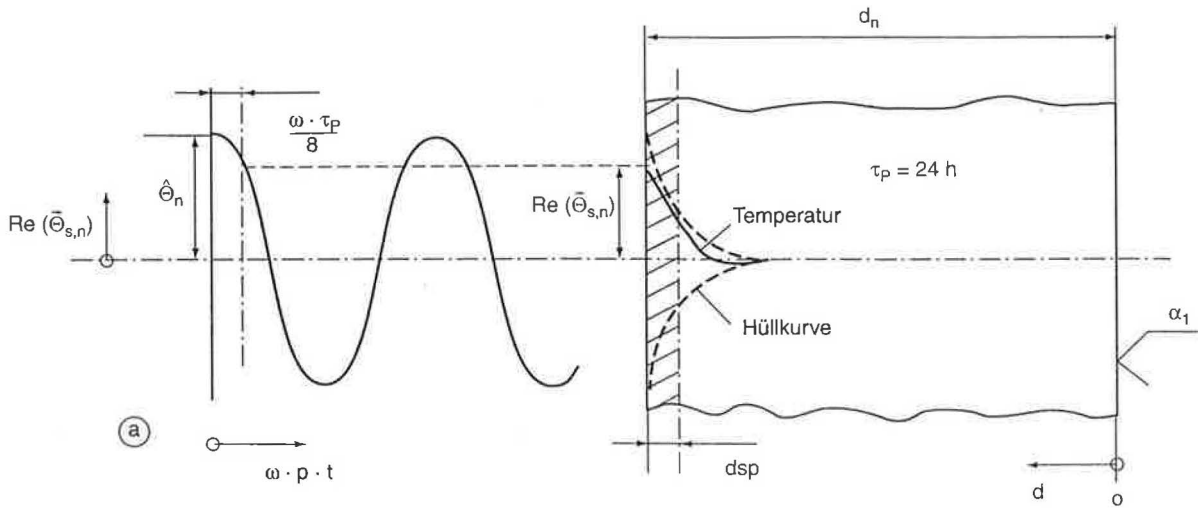
$$R_{n,j} = \frac{d_{n,j}}{\lambda_{n,j}} \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] \quad (2.15)$$

ist der (stationäre) Wärmeleitwiderstand der Schicht n .

$$S_{p,n,j} = b_{n,j} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot p}{\tau_1} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]} \quad \text{mit} \quad b_{n,j} = \frac{\lambda_{n,j}}{\sqrt{a_{n,j}}} \quad (2.16)$$

ist der *Wärmespeicherkoefizient* $S_{p,n,j}$ der Schicht n für eine Ordnungszahl p .

Die Admittanz der Schicht n ist im Prinzip abhängig von der Admittanz $\vec{Y}_{p,n-1,j}$ der in Wellentransportrichtung hin-



ter der Schicht n liegenden Schicht $(n-1)$. Für eine einschichtige Wand ist $\bar{Y}_{p,n-1,j} = \alpha_1$, also gleich dem Wärmeübergangskoeffizienten α_1 an der Austrittsseite der Temperaturwelle (Bild 2.3). Der gleiche Wert $\bar{Y}_{p,n-1,j} = \alpha_1$ ergibt sich bei einer mehrschichtigen Wand für die in Wellentransportrichtung letzte Schicht $n = 1$. Damit ist die Admittanz $\bar{Y}_{p,1,j}$ der Schicht $n = 1$ nach Gl. (2.14) zu berechnen. $\bar{Y}_{p,1,j}$ ist aber auch die Admittanz $\bar{Y}_{p,n-1,j}$ für die Schicht $n = 2$, so daß damit $\bar{Y}_{p,2,j}$ berechnet werden kann, usf. Die Admittanz an der raumseitigen Oberfläche muß also sukzessive aus den Admittanzen der in Wellentransportrichtung dahinterliegenden Schichten ermittelt werden, beginnend mit der Schicht $n = 1$ an der Austrittsseite der Wand. Für Außenbauteile (Außenwände, Dach usw.) ist das die Schicht an der Außenseite, und ihr Wärmeübergangskoeffizient ist $\alpha_1 = \alpha_{e,g}$. Damit ergibt sich $\bar{Y}_{p,j} \equiv \bar{Y}_{p,k,j}$

Bild 2.3. Temperaturwelle in einer Sandsteinwand von $d_n = 1,5$ m Dicke z. Z. $t = \tau_p/8$. Schraffierte Fläche: Bereiche der speicherwirksamen Dicke d_{sp} nach Gl. (2.19a) (Indizes n und j weggelassen).
 a: Tagesgang (Schwingungsdauer $\tau_p = 24$ h)
 b: Jahresgang (Schwingungsdauer $\tau_p = 8760$ h)

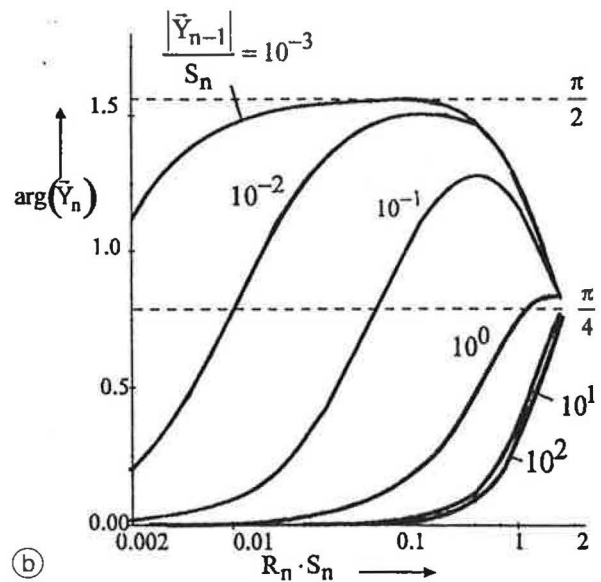
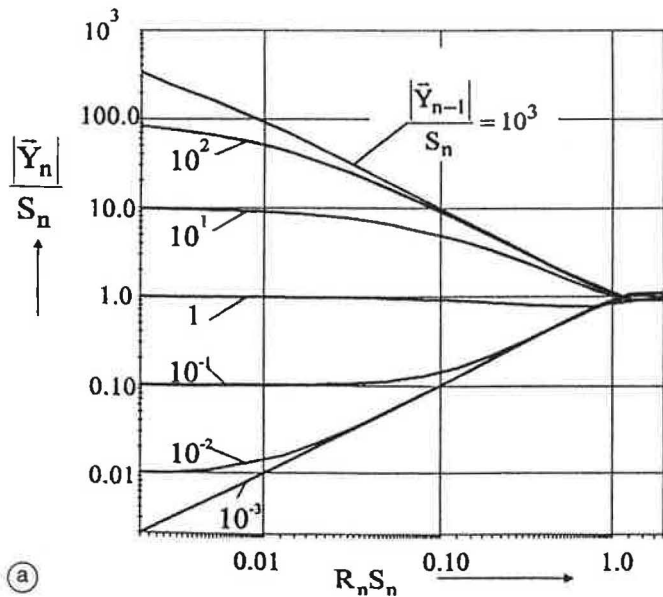


Bild 2.4. Betrag und Argument der Admittanz \bar{Y}_n einer 1schichtigen Außenwand als Funktion des Wärmeträgheitskoeffizienten ($R_n \cdot S_n$) in Abhängigkeit vom Betrag der Admittanz $|\bar{Y}_{n-1}|$ der in Wellentransportrichtung hinter der Schicht n liegenden Schicht $(n-1)$ nach Gl. (2.14)
 a: Betrag der Admittanz $|\bar{Y}_n|$
 b: Argument $\arg(\bar{Y}_n)$

als thermische Admittanz (= komplexe Wärmeleitfähigkeit) an der eintrittsseitigen Oberfläche der Schicht $n = k$, die an der raumseitigen Oberfläche des Bauelementes j liegt [6, S. 53 ff.][7].

Einen relevanten Einfluß auf die Admittanz und damit auf die Speicherfähigkeit der Schicht n hat die hinter der Schicht n liegende Schicht $(n-1)$ allerdings nur bei „Schichten endlicher thermischer Dicke“ mit einem Wärmeträgheitskoeffizient $R_n \cdot S_{p,n} < 1$ (Bild 2.4). Ist $|\vec{Y}_{p,n-1,j}| > S_{p,n,j}$, vergrößert sich $\vec{Y}_{p,n,j}$, ist $|\vec{Y}_{p,n-1,j}| < S_{p,n,j}$, verringert sich $\vec{Y}_{p,n,j}$.

Für symmetrisch belastete Bauteile (z.B. im Raum befindliche Pfeiler, Ausrüstungen usw.) ist (Bild 2.5) auf der Mittellinie $\vec{Y}_{p,n-1,j} = 0$ und folglich für die Schicht $n = 1$ nach Gl. (2.14):

$$\vec{Y}_{p,1,j} = S_{p,1,j} \sqrt{i} \cdot \tanh(R_{1,j} \cdot S_{p,1,j} \sqrt{i}) \quad (2.14a)$$

Ist der Wärmeträgheitskoeffizient

$$R_n \cdot S_{p,n} \geq 1, \quad (2.17)$$

so wird der Betrag $|\tanh(R_n \cdot S_{p,n} \sqrt{i})| \approx 1$, und es wird das Argument $\arg(R_n \cdot S_{p,n} \sqrt{i}) \rightarrow 0$. Dann kann die Admittanz nach Gl. (2.14) in guter Näherung

$$\vec{Y}_{p,n,j} \approx S_{p,n,j} \sqrt{i} \quad (2.18)$$

gleich dem Wärmespeicherkoeffizienten nach Gl. (2.16) gesetzt werden. Die Admittanz der Schicht n ist in diesem Falle unabhängig von der Admittanz $\vec{Y}_{p,n-1,j}$ der in Wellentransportrichtung dahinter liegenden Schicht $(n-1)$; sie verhält sich so, als wäre sie unendlich dick. Sie wird deswegen als „thermisch unendlich dick“ bezeichnet.

Folglich nimmt nur ein oberflächennaher Bereich der Dicke d_{Sp} , für den der Wärmeträgheitskoeffizient $\sum_{n=k-m}^k (R_n \cdot S_{p,n}) = 1$ ist und der die Schichten $m \dots k$ umfaßt, Einfluß auf den Speicherwärmestrom $\vec{q}_{p,n}$ nach Gl. (2.12b). Alle tiefer liegenden Bereiche haben keinen Einfluß auf die Admittanz. Diese *thermisch speicherwirksame Dicke* ist für eine k -schichtige Wand [6, S. 71 ff]

$$dsp_{p,k} = \sqrt{\frac{a_k \cdot \tau_1}{2 \cdot \pi \cdot p}}, \quad \text{wenn } R_k \cdot S_{p,k} \geq 1 \quad (2.19a)$$

$$dsp_{p,k} = d_k + (1 - R_k \cdot S_{p,k}) \cdot \sqrt{\frac{a_{k-1} \cdot \tau_1}{2 \cdot \pi \cdot p}}, \quad \text{wenn } R_k \cdot S_{p,k} < 1 \quad (2.19b)$$

usf. bis zur Schicht m . Für den Tagesgang ($\tau_p = 24$ h) liegt die speicherwirksame Dicke eines schweren Baustoffes bei etwa $d = 0,10$ m, beim Jahresgang ($\tau_p = 8760$ h) bei etwa $d_{sp} = 1,6 \dots 2,0$ m; bei „schnellen“ Schwingungen (Regelschwingungen) liegt sie nur bei wenigen Millimetern. Sind die Bauteile hinreichend dick, dringt die Wärmewelle umso tiefer ein, je größer die Schwingungsdauer τ_p ist (Bild 2.2).

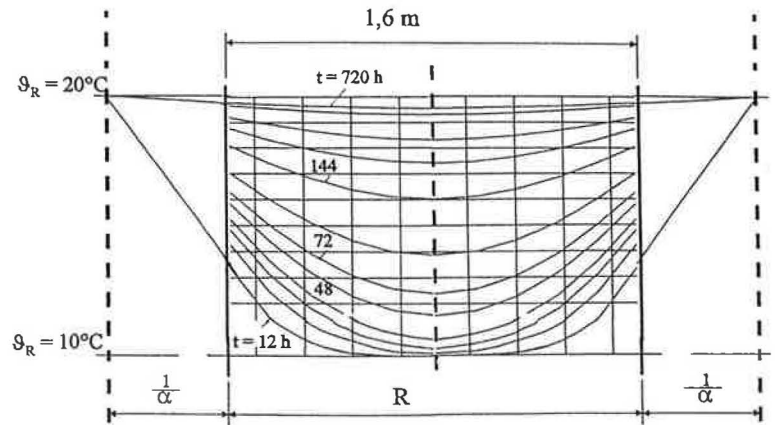


Bild 2.5. Temperaturverlauf in der Mittellinie eines Pfeilers nach sprungförmiger Erhöhung der Umgebungstemperatur um 10 K [9, S. 124] ($\alpha = 3,8 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$).

Die Frauenkirche verfügt über große Flächen von Bauteilen, deren Dicke d die speicherwirksame Dicke d_{sp1} für eine Schwingungsdauer $\tau_1 = 8760$ h erreicht. Diese Bauteile sind folglich auch bei der Schwingungsdauer des Jahresganges noch als thermisch unendlich dick einzustufen und nehmen mit einem beachtlichen Wärmeabsorptionskoeffizient $\vec{B}_{p,j}$ (Bild 2.2) voll an dessen Dämpfung teil. Deswegen muß der Jahresgang des Außenklimas in die Analyse einbezogen werden. Das ist das *Charakteristische am thermischen Verhalten dieser monumentalen Baudenkmale*, darin unterscheiden sie sich grundsätzlich von Gebäuden heute üblicher Bauart, deren Bauteile weit aus weniger dick sind und für deren Analyse etwa ein Monatsgang ausreicht [8].

Das Kriterium $d \approx dsp_1$ entscheidet über die Dauer der Grundschwingung, auf die die Analyse aufzubauen ist, falls der Anteil von Bauelementen solch großer Dicke d ausreicht, den Gang der Raumlufttemperatur merklich zu beeinflussen. Zu überprüfen ist das an der thermischen Übertragungsfunktion FT_p nach Gl. (2.4), wenn dort $\vec{Q}_p = 0$ gesetzt wird. Der Jahresgang ist einzubeziehen, wenn das *Wärmebeharrungsvermögen extrem groß* (WBV eg) ist [2; 7; 8], und das ist der Fall, wenn mit Parametern, die für eine Schwingungsdauer $\tau_1 = 8760$ h berechnet sind, ist

$$FT_a = \frac{W_L + \vec{W}_{T,a}}{W_L + \sum_j (\vec{B}_{a,j} \cdot A_j)} < 0,8. \quad (2.20)$$

Die Intensität des Speicherwärmestromes ist dem Wärmeabsorptionskoeffizienten $\vec{B}_{p,j}$ proportional. Während einer Hälfte der Schwingungsdauer τ_p wird je Flächeneinheit der Wand j die Wärmemenge

$$q_{sp,p,n,j} = |\vec{B}_{p,n,j}| \cdot \hat{\Theta}_{R,p,n} \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \quad (2.21)$$

gespeichert (Bild 2.2).

Das Verhältnis der Oberflächentemperatur $\vec{\Theta}_{s,p,j}$ des Bauteils j zur Raumlufttemperatur $\vec{\Theta}_{R,p,j}$ gibt der Dämpfungsfaktor [6, S. 76 ff.]

$$\vec{\eta}_{p,j} \equiv \frac{\vec{\Theta}_{s,p,j}}{\vec{\Theta}_{R,p,j}} = \frac{\alpha_{c,j}}{\alpha_{c,j} + \vec{Y}_{p,j}} \quad (2.22)$$

an. Der Wärmeabsorptionskoeffizient $\vec{B}_{p,j}$ nach Gl. (2.11) bezieht die Wärmestromdichte \vec{q}_n also nicht auf die Schwingung der Oberflächentemperatur $\vec{\Theta}_{s,p,j}$, wie die Admittanz $\vec{Y}_{p,j}$ nach Gl. (2.12b), sondern gemäß Gl.(2.22) auf die Raumlufitemperatur $\vec{\Theta}_{R,p,j}$ an der Eintrittsseite der Temperaturwelle.

2.1.5 Transmissionswärme

Die Transmissionswärme strömt von außen nach innen, also entgegengesetzt zu der von der Raumtemperatur-schwingung ausgelösten Wärmewelle, deren Wirkung der Wärmeabsorptionskoeffizient $\vec{B}_{p,j}$ beschreibt. Die (richtungsabhängigen) Admittanzen $\vec{Y}_{p,n,j}$ der k Schichten (laufender Index der Schichten n mit $1 \leq n \leq k$) nach Gl. (2.14) müssen deswegen neu berechnet werden, und zwar in umgekehrter Reihenfolge, beginnend mit der innenliegenden Schicht, die jetzt mit dem Index n = 1 bezeichnet wird. Damit ergibt sich die *Temperaturamplitudendämpfung* (Bild 2.6) für die k-schichtige Wand [6, S. 87 ff.] zu

$$\beta_{p,j} \equiv \frac{\vec{\Theta}_{e,p}}{\vec{\Theta}_{s,p,j}} = \exp \left(\sum_{n=1}^k R_{n,j} \cdot S_{p,n,j} \sqrt{i} \right) \cdot \prod_{n=1}^k \frac{S_{p,n,j} \sqrt{i + \vec{Y}_{p,n-1,j}}}{S_{p,n,j} \sqrt{i + \vec{Y}_{p,n,j}}} \cdot \frac{\alpha_{e,g} + \vec{Y}_{p,k,j}}{\alpha_{e,g}} \quad (2.23)$$

Für die Schicht n = 1 auf der Austrittsseite der Temperaturwelle ist $\vec{Y}_{p,n-1,j} = \alpha_{g,j}$ zu setzen.

Damit ist der Wärmewert (Wärmekapazitätsstrom) des Transmissionswärmestromes für eine Wärmewelle der Ordnungszahl p in Bild 2.7:

$$\vec{W}_{T,p} = \sum_j \left(\frac{\alpha_{g,j}}{\beta_{p,j}} \cdot A_j \right) \quad (2.24a)$$

Der Wärmewert des Transmissionswärmestromes nähert sich bei sehr großer Schwingungsdauer τ_p dem Wert

$$W_T = \sum_j k_j \cdot A_j \quad (2.24b)$$

Bei höheren Ordnungszahlen p verringert er sich stark, so daß bei den dicken Wänden der Kirche die schnellen Schwingungen der Außenlufttemperatur (z. B. im Tagesgang) praktisch keinen Beitrag mehr zur Transmissionswärmelast leisten können (Bild 2.7). Die Phasenverschiebung

$$\Delta t_p = \frac{\tau_p}{2 \cdot \pi} \cdot \arg(\beta_p) \quad (2.25)$$

(Bild 2.6b) kann bei sehr dicken Wänden Werte erreichen, die größer sind als die Schwingungsdauer τ_p . Für $\tau_p = 24$ h (Tagesgang) ist bei schweren Wänden mit einer Phasenverschiebung von etwa 3 h je 10 cm Dicke, bei leichten Wänden mit 4 h je 10 cm Dicke zu rechnen [6, S. 99 f].

2.1.6 Thermische Übertragungsfunktion

Die thermische Übertragungsfunktion FT_p nach Gl. (2.4) ist ein Prozeßparameter, der die Wirkung der Baukonstruktionsparameter $\alpha_{g,j}$, $\beta_{g,j}$ und \vec{B}_j sowie des Lüftungsprozesses (W_L) zusammenfaßt. Für die Grundlüftung ($V_G = 500 \text{ m}^3/\text{h}$) ist sie eine „thermische Charakteristik“ des Kirchenraumes, die vor allem das dynamische thermische Verhalten des Baukörpers charakterisiert, die Fähigkeit des Gebäudes, die Schwingungen der Außenlufttemperatur zu dämpfen. Durch Erhöhung des Förderstromes ($V_N > 0$), also bei der Nutzung, wird diese thermische Charakteristik nach oben verschoben. Durch Intensivierung der Lüftung werden die Raumlufitemperaturen den Außenlufttemperaturen angenähert (Bild 2.8).

Die Frequenzabhängigkeit des Wärmewertes $\vec{W}_{T,p}$ (Bild 2.7) verläuft umgekehrt wie die des Wärmeabsorptionskoeffizienten $\vec{B}_{p,j}$ (Bild 2.2); sie verstärken also beide den Abfall der thermischen Übertragungsfunktion FT_p bei höheren Ordnungszahlen p. Die Übertragungsfunktion FT_p ändert sich stark nur bei Ordnungszahlen p = 1 ... 10 (Bild 2.8), bei höheren Ordnungszahlen (p > 10) nur noch wenig. Die hochfrequenten Schwingungen können also nur geringen Einfluß auf die Raumlufitemperatur neh-

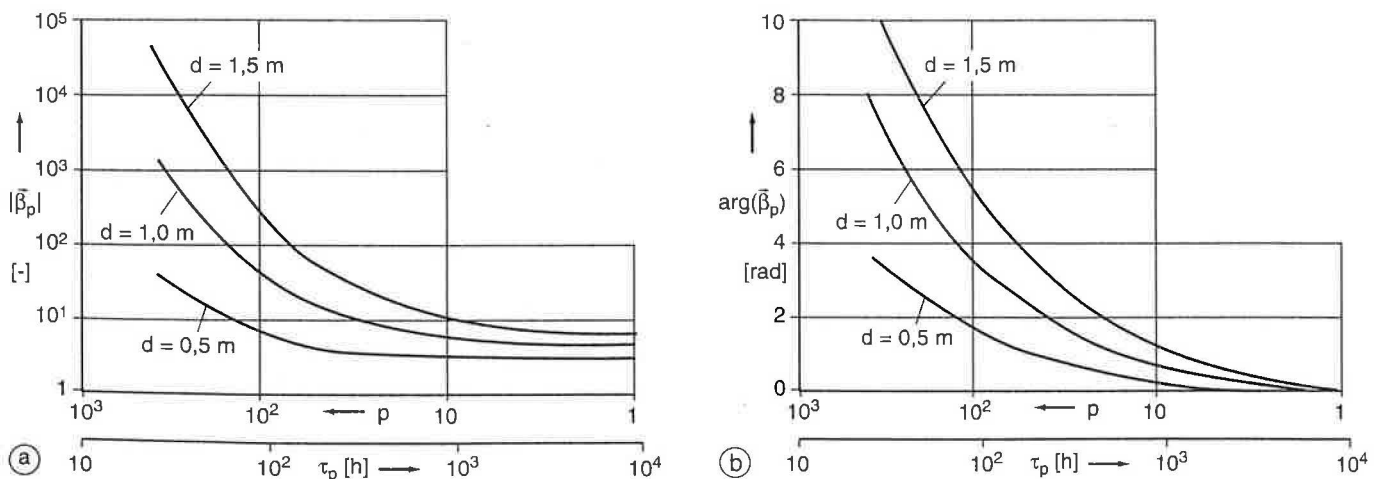


Bild 2.6. Temperaturamplitudendämpfung in Außenwänden aus Sandstein bei unterschiedlicher Dicke d in Abhängigkeit von der Ordnungszahl p der Schwingung bzw. der Schwingungsdauer τ_p .
 a: Betrag $|\beta|$ der Temperaturamplitudendämpfung
 b: Argument der Temperaturamplitudendämpfung

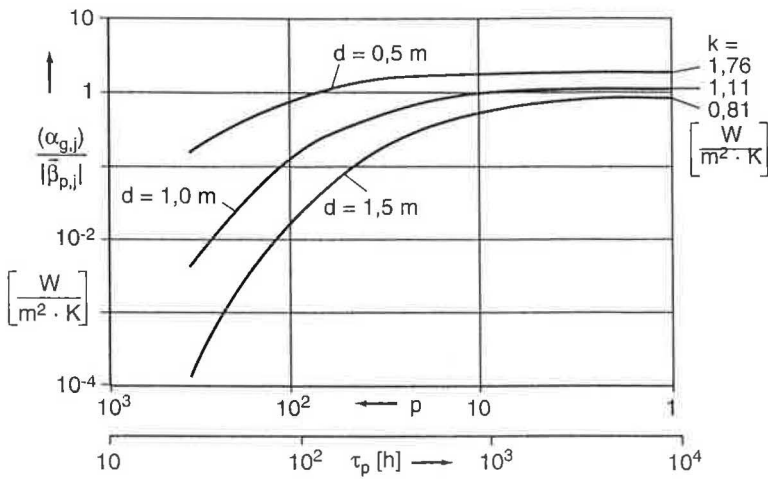


Bild 2.7. Betrag des Wärmewertes des Transmissionswärmestromes $|\vec{W}_{T,p}|$ je Einheit Transmissionsfläche nach Gl. (2.24) für Außenwände unterschiedlicher Dicke d in Abhängigkeit von der Schwingungsdauer τ_p .

men; es dominieren die Werte der Übertragungsfunktion FT_p für niedrige Ordnungszahlen p , also für die „langsameren“ Schwingungen des Jahres- bis Monatsganges.

In Bild 2.8 sind die Wärmelasten $\dot{Q}_N = \dot{Q}_S = 0$ gesetzt. Bei endlich großen Wärmelasten ($\dot{Q}_N > 0$ bzw. $\dot{Q}_S > 0$) erhöhen sich die Werte der Übertragungsfunktion FT_p , wie Gl. (2.4) erkennen läßt.

2.1.7 Oberflächentemperaturen

Niedrige Oberflächentemperaturen können bekanntlich zu Taupunktunterschreitungen beitragen und/oder die Verträglichkeit des Raumklimas beeinträchtigen. Die Maßnahmen, die das verhindern, sind in einschlägigen Standards festgelegt (z. B. DIN 4108), allerdings i. d. R. nur für den Fall, daß der Raum beheizt und die Raumlufttemperatur während der Heizzeit annähernd konstant gehalten wird.

In einem frei klimatisierten Raum ist die Raumlufttemperatur jedoch nicht konstant und ändert sich im Laufe eines Jahres in ziemlich weiten Grenzen. Deswegen gibt es hinsichtlich der Oberflächentemperaturen einen grundsätzlichen Unterschied zwischen erzwungener und freier Klimatisierung:

- Aus dem Außenraum strömt eine Wärmewelle zu bzw. ab, die von der Außenlufttemperatur und der am Außenbauteil absorbierten Sonnenstrahlung verursacht wird und die umgekehrt proportional der Amplitudendämpfung $\beta_{p,j}$ nach Gl. (2.23) ist. Sie verursacht eine durch das (Temperatur-) Gefälle bedingte Änderung der Oberflächentemperatur, die auch in einem beheizten Raum auftritt, dort aber als einziges die Oberflächentemperatur beeinflussendes Phänomen [8].
- Aus dem Innenraum wirkt auf die raumseitige Oberfläche eine von der zeitlich veränderlichen Raumlufttemperatur verursachte Wärmewelle ein, die proportional den instationären Gliedern der Gl. (2.2) ist. Diese ist von der Bauwerks- bzw. Bauteilmasse abhängig, ist also eine massebedingte Änderung der Oberflächentemperatur und tritt nur bei freier Klimatisierung auf.

Bei ganzjährig durch eine Klimaanlage auf Konstantklima gehaltenem Gebäude tritt diese massebedingte Temperaturänderung überhaupt nicht auf, bei beheizten Gebäuden nur außerhalb der Heizzeit, bei ganzjährig freier Klimatisierung aber sowohl in der warmen als auch in der kalten Jahreszeit.

Die Oberflächentemperatur resultiert bei erzwungener Klimatisierung also aus nur einer Wärmewelle, in einem frei klimatisierten Gebäude aus zweien. Diese beiden Wärmewellen strömen einander entgegen. Durch vektorielle Addition ergibt sich bei freier Klimatisierung mit dem Dämpfungsfaktor $\vec{\eta}_{p,j}$ nach Gl. (2.22) an der raumseitigen Oberfläche des transmittierenden Außenbauteiles j eine Oberflächentemperatur von

$$\vartheta_{s,j}(t) = \frac{a_0}{2} + \left(1 - \frac{k_j}{\alpha_{g,j}}\right) \cdot \frac{\dot{Q}_a}{W_{L,a} + W_{T,a}} + \text{Re} \left\{ \sum_{p=1}^N \left(\frac{1}{\beta_{p,j}} + \vec{\eta}_{p,j} \cdot FT_p \right) \cdot [a_p \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) + b_p \cdot \sin(\omega \cdot p \cdot t)] \right\} \quad (2.26a)$$

Die thermischen Eigenschaften der Baustoffe an den raumseitigen Oberflächen unterscheiden sich in der Frauenkirche kaum voneinander. Deswegen kann die bekannte Wechselwirkung zwischen den Oberflächen, die durch

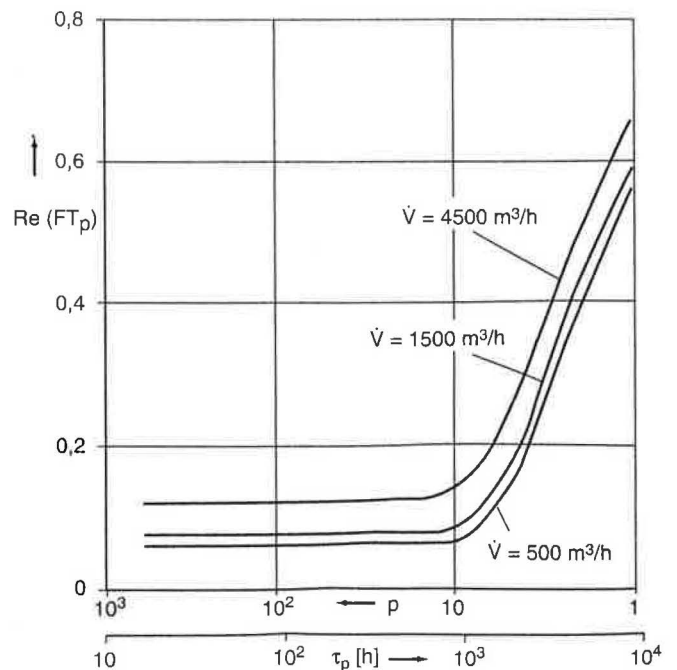


Bild 2.8. Realteil der thermischen Übertragungsfunktion FT_p nach Gl. (2.4) bei unterschiedlichen Förderströmen \dot{V} für $\dot{Q}_S = \dot{Q}_N = 0$ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl p bzw. der Schwingungsdauer τ_p .

das Strahlungsfeld im Raum hervorgerufen wird [6, S. 84 ff] [8], vernachlässigt und jede Wand für sich betrachtet werden.

Bei *Innenbauteilen* tritt bei freier Klimatisierung nur die *massebedingte Temperaturänderung* auf:

$$\begin{aligned} \vartheta_{s,j}(t) &= \frac{a_0}{2} + \left(1 - \frac{k_j}{\alpha_{g,j}}\right) \cdot \frac{\dot{Q}_a}{W_{L,a} + W_{T,a}} + \\ &+ \operatorname{Re} \left\{ \sum_{p=1}^N \left(\vec{\eta}_{p,j} \cdot FT_p \right) \cdot [a_p \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) + \right. \\ &\left. + b_p \cdot \sin(\omega \cdot p \cdot t)] \right\}. \end{aligned} \quad (2.26b)$$

Weil ein großer Teil der Raumumschließungsstruktur von einer Mantelzone umgeben ist (*Bild 1.1*), also weniger als ein Drittel der Raumumschließungsstruktur unmittelbar an den Außenraum angrenzt, ist der Strahlungsaustausch der Innenwände, Fußböden und Pfeiler mit den transmittierenden Außenwänden gering. Deswegen beschreibt Gl. (2.26b) ihre Oberflächentemperaturen hinreichend.

Bei *erzwungener Klimatisierung*, also u.a. in beheizten Räumen, tritt dagegen nur die *gefällebedingte Temperaturänderung* auf:

$$\begin{aligned} \vartheta_{s,j}(t) &= \frac{a_0}{2} + \left(1 - \frac{k_j}{\alpha_{g,j}}\right) \cdot \frac{\dot{Q}_a}{W_{L,a} + W_{T,a}} + \\ &+ \operatorname{Re} \left\{ \sum_{p=1}^N \left(\frac{1}{\vec{\beta}_{p,j}} \right) \cdot [a_p \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) + \right. \\ &\left. + b_p \cdot \sin(\omega \cdot p \cdot t)] \right\}. \end{aligned} \quad (2.26c)$$

2.2 Jahresgang der Tagesmittel des Wasserdampfgehaltes bei konstantem Förderstrom

In gleicher Weise wie die Raumlufttemperatur ist auch der Wasserdampfgehalt zu untersuchen.

2.2.1 Wasserdampfgehalt der Raumluft

Veränderungen der Luftfeuchte sind aus Stoffbilanzen zu ermitteln; deswegen wird hier grundsätzlich mit dem Wasserdampfgehalt x in g je kg trockene Luft statt des Partialdruckes gearbeitet.

Analog zu Gl. (2.1) ist der Wasserdampfgehalt der Außenluft mit den *Fourier-Koeffizienten* aH_p und bH_p

$$x_e(t) = \frac{aH_0}{2} + \sum_{p=1}^N [aH_p \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) + bH_p \cdot \sin(\omega \cdot p \cdot t)] \quad (2.27)$$

mit dem Jahresmittel

$$x_{e,a} = \frac{aH_0}{2}$$

und den Amplituden (*Bild 2.9*)

$$|\vec{x}_{e,p}| = \sqrt{aH_p^2 + bH_p^2}$$

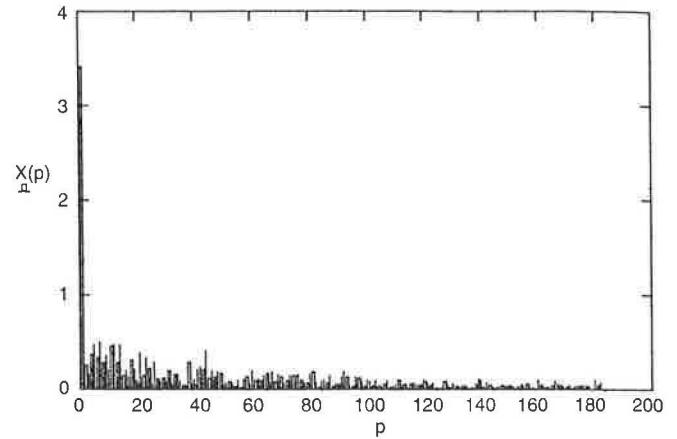


Bild 2.9. Amplitudenspektrum des Jahresganges der Tagesmittel des Wasserdampfgehaltes $X(p) = |\vec{x}_{e,p}|$ der Außenluft nach Gl. (2.27) (Dresden 1989) ($aH_0 = 11,51$).

Der Wasserdampfgehalt der Raumluft ist

$$\begin{aligned} x_R(t) &= \frac{aH_0}{2} + \frac{\dot{M}_{D,a}}{\dot{M}_L} + \\ &+ \operatorname{Re} \left\{ \sum_{p=1}^N FH_p \cdot [aH_p \cdot \cos(\omega \cdot p \cdot t) + bH_p \cdot \sin(\omega \cdot p \cdot t)] \right\}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Der Förderstrom \dot{V} der Lüftungseinrichtungen wird durch seinen Massenstrom

$$\dot{M}_L = \dot{V} \cdot \rho_L \quad (2.29)$$

wirksam. Analog zur thermischen Übertragungsfunktion FT_p nach Gl. (2.4) ergibt sich die *hygrische Übertragungsfunktion* [8] zu

$$FH_p \equiv \frac{\vec{x}_{R,p}}{\vec{x}_{e,p}} = \frac{\dot{M}_L + \frac{\vec{M}_{D,p}}{x_{e,p}}}{\dot{M}_L + \sum_j (\vec{B}H_{p,j} \cdot A_j)} \quad (2.30)$$

2.2.2 Wasserdampfplast

In die hygrische Übertragungsfunktion FH_p geht nur der bei der Nutzung freigesetzte Wasserdampfstrom als (innere) Wasserdampfplast $\vec{M}_{D,p}$ bzw. $M_{D,a}$ ein. Der zweifellos vorhandene Transmissionsstrom, der, veranlaßt durch Wasserdampfdiffusion, kapillaren Wassertransport und Thermomodiffusion, durch das Außenbauteil fließt, ist klein gegenüber dem durch Lüftung transportierten Stoffstrom und wird deswegen hier vernachlässigt. Das Jahresmittel der Wasserdampfplast ist mit den Werten aus *Tafel 2.2* analog zu Gl. (2.8)

$$\dot{M}_{D,a} = \dot{M}_{DT,a} + 40 \cdot 10^{-3} \cdot nP \quad [\text{kg/h}]. \quad (2.31)$$

2.2.3 Wasserdampfspeicherung

Die Speicherung von Wasserdampf in der Baukonstruktion wird durch die hygrische Admittanz ihrer Elemente bestimmt, vorausgesetzt, der Transport des Wasserdampf-

fes erfolgt in guter Näherung nur durch Diffusion, und Phasenübergänge (Kondensation, Verdampfung) können im oberflächennahen Bereich unberücksichtigt bleiben. Diese Voraussetzung kann hier als erfüllt gelten. Dafür hat Häupl [10] analog zu den thermischen Größen eine *Dampfleitfähigkeit*

$$\lambda D_{n,j} = \frac{\delta_{DL} \cdot \rho_L}{\mu_{n,j}} \quad (2.32a)$$

sowie eine *Dampfdruckleitfähigkeit*

$$aD_{n,j} = \frac{\delta_{DL} \cdot \rho_L}{\mu_{n,j} \cdot P_L} \cdot \frac{R_L}{R_D} \cdot \frac{P_s}{\rho_W \cdot H_{n,j}} \quad (2.33a)$$

in der Schicht n eingeführt mit

- δ_{DL} Diffusionskoeffizient von Wasserdampf in Luft
- P_L Luftdruck
- R_L Gaskonstante von trockener Luft
- R_D Gaskonstante von Wasserdampf
- P_s Sättigungsdruck des Wasserdampfes bei Raumlufttemperatur
- ρ_W Dichte von (flüssigem) Wasser
- μ Diffusionswiderstandszahl nach *Krischer*
- H Gleichgewichtsfeuchte im Baustoff bei Sättigung (praktisch bei einer relativen Feuchte von 95%).

(Anders als in der ursprünglichen Formulierung sind diese Größen hier *auf das Feld des Wasserdampfgehaltes* x bezogen.) Nur die *Diffusionswiderstandszahl* μ [-] (z.B. DIN 4108) und die *Gleichgewichtsfeuchte* H [kg/kg] müssen spezifisch für den jeweiligen Baustoff ermittelt werden, alle anderen Größen sind nur von der Temperatur abhängig. Deswegen kann im Raumklimabereich vereinfachend gesetzt werden

$$\lambda D_{n,j} \approx \frac{0,113}{\mu_{n,j}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{h}} \right] \quad (2.32b)$$

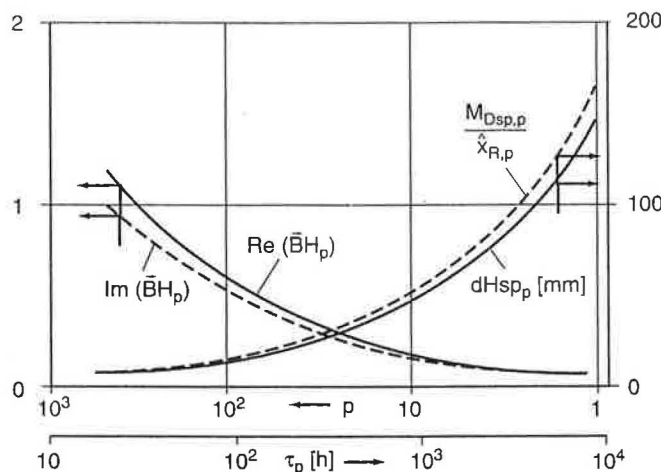


Bild 2.10. Realteil $\text{Re}(\vec{B}H_p)$ und Imaginärteil $\text{Im}(\vec{B}H_p)$ des hygrischen Absorptionskoeffizienten $\vec{B}H_p$ einer unendlich dicken Sandsteinwand in $[\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{h})]$ als Funktion der Ordnungszahl p bzw. der Schwingungsdauer τ_p . Verlauf der speicherwirksamen Dicke $dH_{sp,p}$ in [mm] nach Gl. (2.39) sowie die während einer halben Periodendauer gespeicherte Feuchtigkeitsmenge $M_{D,sp,p}$ in $[\text{kg}/\text{m}^2]$ je Einheit der Amplitude $\hat{x}_{R,p}$ des Wasserdampfgehaltes der Raumluft und je Flächeneinheit.

$$aD_{n,j} \approx \frac{1,40 \cdot 10^{-6}}{\mu_{n,j} \cdot H_{n,j}} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{h}} \right] \quad (2.33b)$$

Damit ist der (stationäre) Diffusionswiderstand in der Schicht n:

$$RH_{n,j} = \frac{d_{n,j}}{\lambda D_{n,j}} \approx \frac{d_{n,j} \cdot \mu_{n,j}}{0,113} \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{h}}{\text{kg}} \right] \quad (2.34)$$

Der *hygrische Speicherkoeffizient* für die Ordnungszahl p in der Schicht n ist:

$$SH_{p,n,j} = bH_{n,j} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot p}{\tau_1}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}} \right] \quad (2.35a)$$

$$\text{mit } bH_{n,j} = \frac{\lambda D_{n,j}}{\sqrt{aD_{n,j}}} \approx 95,0 \cdot \sqrt{\frac{H_{n,j}}{\mu_{n,j}}} \quad (2.35b)$$

An der eintrittsseitigen Oberfläche ist analog zu Gl. (2.14) die *hygrische Admittanz* des Bauteiles j

$$\vec{Y}_{H,p,j} = SH_{p,k,j} \sqrt{i} \frac{\tanh(RH_{k,j} \cdot SH_{p,k,j} \sqrt{i}) + \frac{\vec{Y}_{H,p,k-1,j}}{SH_{p,k,j} \sqrt{i}}}{1 + \tanh(RH_{k,j} \cdot SH_{p,k,j} \sqrt{i}) \cdot \frac{\vec{Y}_{H,p,k-1,j}}{SH_{p,k,j} \sqrt{i}}} \quad (2.36)$$

Die hygrische Admittanz ist mit den Parametern in Gl. (2.32) bis (2.35) nach dem gleichen Prozedere zu ermitteln wie auch die thermische Admittanz.

Mit dem Stoffübergangskoeffizienten σ_j ist der hygrische Dämpfungsfaktor analog Gl. (2.22)

$$\vec{\eta}_{H,p,j} = \frac{\sigma_j}{\sigma_j + \vec{Y}_{H,p,j}} \quad (2.37)$$

und der *hygrische Absorptionskoeffizient* ist

$$\vec{B}H_{p,j} = \vec{\eta}_{H,p,j} \cdot \vec{Y}_{H,p,j} \quad (2.38)$$

Der hygrische Absorptionskoeffizient (*Bild 2.10*) beschreibt den Einfluß der Speicherung des Wasserdampfes in der Baukonstruktion auf die hygrischen Übertragungsfunktion FH_p nach Gl. (2.30).

2.2.4 Hygrisch speicherwirksame Dicke

Ebenso wie für die Temperaturschwingungen ist auch für die hygrischen Schwingungen eine Einteilung in hygrisch unendlich dicke Schichten ($RH_n \cdot SH_{p,n} \geq 1$) und in Schichten endlicher hygrischer Dicke ($RH_n \cdot SH_{p,n} < 1$) möglich. Für den hygrischen Trägheitskoeffizient $RH_k \cdot SH_{p,k} = 1$ ergibt sich dann die *hygrisch speicherwirksame Dicke*

$$dH_{sp,p,k} = \sqrt{\frac{a_{D,k} \cdot \tau_1}{2 \cdot \pi \cdot p}} \approx 1,18 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\frac{\tau_1}{2 \cdot \pi \cdot p \cdot \mu_k \cdot H_k}} \quad [\text{m}] \quad (2.39)$$

Sie beträgt bei Schwingungen im Tagesgang ($\tau_p = 24$ h) nur wenige mm, im Jahresgang ($\tau_p = 8760$ h) liegt sie in der Größenordnung von 0,1 m. Das hygrische Signal dringt also wesentlich langsamer und weniger tief ein (Bild 2.10) als das thermische. Die Dämpfung der hygrischen Schwingungen wird im wesentlichen vom Innenputz besorgt. Dessen Eigenschaften entscheiden über die Dämpfung der schnelleren hygrischen Schwingungen. Nur bei langsamen Schwingungen (im Monats- oder im Jahresgang) werden tieferliegende Schichten einbezogen, und nur bei diesen ist es u. U. notwendig, die Mehrschichtigkeit eines Bauelementes zu berücksichtigen.

2.2.5 Hygrische Übertragungsfunktion

Die hygrische Übertragungsfunktion FH_p nach Gl. (2.30) ist ebenso wie die thermische Übertragungsfunktion FT_p umso größer, je kleiner die Ordnungszahl p ist (Bild 2.11). Ihre Werte $\text{Re}(FH_p)$ sind aber größer als $\text{Re}(FT_p)$, und sie fallen auch bei höheren Ordnungszahlen p noch ab. Die größeren Werte der hygrischen Übertragungsfunktion FH_p besagen, daß der Wasserdampfgehalt der Raumluft gegenüber dem Außenluftzustand weniger stark gedämpft wird als die Raumlufttemperatur. Die breitere Spreizung des von FH_p überdeckten Feldes in Bild 2.11 (vgl. Bild 2.8) zeigt, daß Veränderungen des Förderstromes \dot{V} den Wasserdampfgehalt der Raumluft wesentlich stärker verändern als die Raumlufttemperatur.

Die Gründe für dieses Verhalten liegen einmal in der geringeren Wirkung der Wasserdampfspeicherung – verglichen mit der Wärmespeicherung –, was u. a. schon die

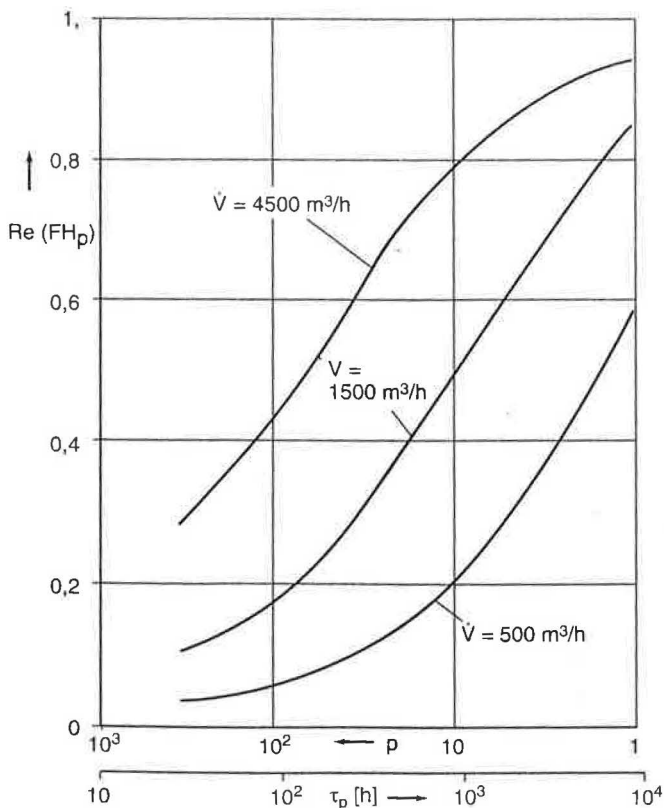


Bild 2.11. Realteil der hygrischen Übertragungsfunktion FH_p nach Gl. (2.30) für $\dot{M}_{D,p} = 0$ bei unterschiedlichen Förderströmen \dot{V} der Lüftung in Abhängigkeit von der Ordnungszahl p bzw. der Schwingungsdauer τ_p .

kleinere hygrische speicherwirksame Dicke (Bilder 2.2 und 2.10) anzeigt, aber auch darin, daß an der Dämpfung der Temperaturschwingungen außer der Lüftung noch die Transmission mitwirkt, die bei der Dämpfung der hygrischen Schwingungen vernachlässigbar klein ist.

(wird fortgesetzt)

Bezeichnungen

A	Fläche
a	Temperaturleitfähigkeit
b	Wärmeeindringkoeffizient
bH	hygrischer Eindringkoeffizient
c_L	spezifische Wärmekapazität von Luft
d	Dicke, Durchmesser
k	Wärmedurchgangskoeffizient
p	Ordnungszahl
\dot{Q}	Wärmestrom, Wärmelast
\dot{q}	Wärmestromdichte
\dot{M}_D	Wasserdampfplast
\dot{M}_{DT}	technologische Wasserdampfplast
\dot{M}_L	Lüftungs-Massestrom
t	Zeit
	Jahresgang: von Beginn des Jahres an
	Tagesgang: von Beginn der Belastung an
\dot{V}	Förderstrom (ohne Index: Jahresmittel)
W_L	Wärmewert des Förderstromes
W_T	Wärmewert des Transmissionswärmestromes
x	Wasserdampfgehalt der Luft
α	Wärmeübergangskoeffizient
λ	Wärmeleitfähigkeit
Θ	Temperaturdifferenz [°K]
ϑ	Temperatur [°C]
ρ_L	Dichte von Luft
τ	Periodendauer, Länge eines Zeitabschnittes

Indizes

a	Jahr
c	Konvektion
E	Emission
e	Außenluft
N	nutzungsbedingt
R	Raumluft
r	Strahlung (langwellige)
S	Strahlungslast (kurzwellige Strahlung)
Tau	Taupunkt
V	Vollbetrieb
0	Nullbetrieb
1	Grundschiwingung

Literatur

- [1] Petzold, K.: Zu einigen bauklimatischen Fragestellungen beim Wiederaufbau der Frauenkirche in Dresden. Beitrag zum 9. Bauklimatischen Symposium der TU Dresden. 14. bis 16. Sept. 1994. Tagungsbeiträge Bd. 2, S. 509–513.
- [2] Petzold, K. und Hahn, H.: Ein allgemeines Verfahren zur Berechnung des sommerlichen Wärmeschutzes frei klimatisierter Gebäude. Luft- und Kältetechnik 24 (1988) Nr. 3, S. 146–154.
- [3] Petzold, K.: Zu den Grundaufgaben der Bauklimatik. Vortrag auf dem 7. Bauklimatischen Symposium der TU Dresden. 23. bis 25.

- Febr. 1988. Schriftenreihe der Sektion Architektur, TU Dresden (1988) Heft 28, S. 113–126.
- [4] *Petzold, K. und Ruhla, B.*: Zur Definition des Wärmebeharrungsvermögens. Vortrag auf dem 2. Bauklimatischen Symposium der TU Dresden. 17. bis 19. Mai 1978. Schriftenreihe der Sektion Architektur, TU Dresden (1978) Heft 11, S. 145–162.
- [5] *Petzold, K.*: Raumlufttemperatur. 2. Aufl. Berlin: Verlag Technik 1983; Berlin und Wiesbaden: Bauverlag 1983.
- [6] *Petzold, K.*: Wärmelast. 2. Aufl. Berlin: Verlag Technik 1980.
- [7] *Petzold, K.*: Klima. In: Lehrbuch der Bauphysik. 3. Aufl. Stuttgart: B.G. Teubner 1994.
- [8] *Petzold, K. und Martin, R.*: Die Wechselwirkung zwischen der Außenwand und einem sich frei einstellenden Raumklima. Dresdner Bauklimatische Hefte, Heft 2. Dresden: Eigenverlag der TU 1996.
- [9] *Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C.*: Conduction of Heat in Solids. 2. Edition. At the Clarendon Press: Oxford 1959.
- [10] *Häupl, P.*: Feuchtetransport in Baustoffen und Bauwerksteilen. Teil 1: Mathematische Modellierung des gekoppelten Feuchte- und Wärmetransportes in kapillarporösen Stoffen. Dissertation (B) TU Dresden 1986.
- [11] *Pischke, C.*: Ursachen bauklimatisch bedingter Feuchteschäden in monumentalen Baudenkmalen. Diss. TU Dresden 1988.
- [12] Verordnung über den energiesparenden Wärmeschutz von Gebäuden (Wärmeschutzverordnung) vom 16.8.1994.
- [13] *Künzel, H. und Holz, D.*: Bauphysikalische Untersuchungen in unbeheizten und beheizten Gebäuden alter Bauart. Fraunhofer-Institut für Bauphysik. IBP-Bericht FB-32/1991.
- [14] DIN 1946 Teil 2: Raumlufttechnik/Gesundheitstechnische Anforderungen (VDI-Lüftungsregeln) Jan. 1983 und Entwurf Aug. 1991.
- [15] *Recknagel/Sprenger/Schramek*: Taschenbuch für Heizung und Klimatechnik. 67. Aufl. R. Oldenbourg Verlag GmbH, München 1995.
- [16] *Petzold, K.*: Zur Berechnung des jährlichen Heizenergiebedarfs von Gebäuden aus einer Jahresbilanz. Luft- und Kältetechnik 25 (1989) Nr. 3, S. 130–135.
- [17] *Petzold, K.*: Jährlicher Heizenergiebedarf von Gebäuden – ein einfaches Berechnungsmodell. *Klima/Kälte/Heizung* 21 (1993) Nr. 1/2, S. 36–41.
- [18] DIN 4710: Meteorologische Daten zur Berechnung des Energieverbrauchs von heiz- und raumlufttechnischen Anlagen. Ausg. Nov. 1982.
- [19] VDI 2067: Berechnung der Kosten von Wärmeversorgungsanlagen. Ausg. Dez. 1983.
- [20] *Richter, E.*: Untersuchung der Strömungsvorgänge am Austritt von Naturzug-Kühltürmen und deren Einfluß auf die Kühlwirkung. Diss. TU Dresden 1969.
- [21] *Nauck, H.*: Ein Beitrag zur freien Lüftung von wärmeintensiven Produktionsstätten mit örtlichen Wärmequellen. Diss. TU Dresden 1980.
- [22] *Weier, H.*: Zuluftzuführung über Fensterfugen. Diss. TU Dresden 1978.
- [23] *Kriegel, B.*: Fallströmungen vor Abkühlungsflächen in Gebäuden und mögliche Schutzmaßnahmen. Diss. TU Berlin 1973.
- [24] *Petzold, K.*: Heizenergetische Optimierung von lüftungstechnisch angekoppelten Außenbauwerksteilen. *Luft- und Kältetechnik* 23 (1987) Nr. 4, S. 200–204; 24 (1988) Nr. 2, S. 79–84; Nr. 3, S. 125–129; Nr. 4, S. 197–200.
- [25] *Petzold, K.*: Unmittelbare Nutzung von Sonnenenergie zur Heizung von Gebäuden. *Luft- und Kältetechnik* 28 (1992) Nr. 4, S. 153–157.
- [26] *Petzold, K.*: Umluftanlagen zur Nutzung von Sonnenenergie – Grundlagen zu ihrer Berechnung. *Dresdner Bauklimatische Hefte*, Heft 1, S. 73–121. Eigenverlag der TU: Dresden 1996.
- [27] *Tautz, H.*: Wärmeleitung und Temperatenausgleich. Akademie-Verlag: Berlin 1971.
- [28] *Trogisch, A.*: Über die Primärspeicherung der Strahlungslast bei direkter Sonnenstrahlung unter den Bedingungen konstanter und variabler Raumlufttemperatur. Diss. TU Dresden 1973.
- [29] *Baerens, H.*: Diplomarbeit. Unveröffentlicht.
- [30] *Petzold, K.*: Ergebnisse einiger Arbeiten am Lehrstuhl für Technische Bauhygiene der TU Dresden. *Luft- und Kältetechnik* 5 (1969) Nr. 1, S. 51–53.

Messen, Ausstellungen, Kongresse, Tagungen, Lehrgänge 1997

(ohne Gewähr und kein Anspruch auf Vollständigkeit)

7. bis 10. Oktober 1997	Minsk (Weißrußland): Belarusenergia, Intern. Fachausstellung u. Kongreß f. Heizung, Kühlung, Klimatisierung, Sanitär u. Umweltschutz
8. bis 9. Oktober 1997	Braunschweig: VDI-GET-Conf. „Prevention of Damages in Power Plants III“
9. bis 10. Oktober 1997	Hannover: Seminar „Konsequenzen der neuen Wärmeschutzverordnung für die Konstruktion von Gebäuden und die Auslegung von Heizungsanlagen“. Inf.: VDI-Bildungswerk, Düsseldorf.
15. bis 19. Oktober 1997	Istanbul (Türkei): Kitchen & Bathroom, Intern. Ausstellung f. Küchen, Badezimmer u. Accessoires
16. bis 18. Oktober 1997	Essen: IKK, Intern. Fachmesse Kälte – Klimatechnik
21. bis 23. Oktober 1997	Singapur (Singapur): Tube Singapore, Intern. Rohrfachmesse
22. bis 23. Oktober 1997	Berlin: Fachtagung „Bauliche Anlagen der Trinkwasserversorgung und Entwässerung“. Inf.: IBK, Darmstadt
22. bis 25. Oktober 1997	Dallas (USA): ISSA, Intern. Ausstellung f. Sanitärbedarf
23. bis 24. Oktober 1997	Düsseldorf: Fachtagung „Ausgewählte Kapitel aus der Sanitärtechnik“. Inf.: VDI-Bildungswerk, Düsseldorf.
25. bis 2. November 1997	Nikosia (Zypern): Klimatherm, Ausstellung f. Klimatisierung
28. bis 30. Oktober 1997	Kiew (Ukraine): Ukrainaenergia, Intern. Fachausstellung u. Kongreß f. Heizung, Lüftung, Klimatisierung u. Sanitär
3. bis 8. November 1997	Paris (Frankreich): Interclima, Intern. Fachausstellung der Heizungs-, Kälte- u. Klimatechnik
5. bis 8. November 1997	Jakarta (Indonesien): AirConIndonegia, Intern. Ausstellung f. Klima-, Lüftungs-, Kühl-, Heizungstechnik
6. bis 9. November 1997	Hannover: CONSTRUCTEC Hannover, Intern. Fachmesse f. Technische Gebäudesysteme, Bautechnik und Architektur
6. bis 9. November 1997	Ho-Chi-Minh-Stadt (Vietnam): Vietbex, Intern. Ausstellung f. d. Bauindustrie
21. bis 26. November 1997	Basel (Schweiz): Igeho 97, Fachmesse f. Gemeinschaftsgastronomie, Hotellerie und Restauration
26. bis 28. November 1997	Nürnberg: ENKON, 11. Tagung mit Fachausstellung Energie- und Umweltkonzepte f. d. Betrieb
3. und 4. Dezember 1997	Darmstadt: Fachtagung „Flachdächer und flach geneigte Dächer sowie Gründächer heute“. Inf.: IBK, Darmstadt
4. bis 7. Dezember 1997	Istanbul (Türkei): Hevac, Intern. Ausstellung f. Sanitär-, Heizungs-, Klimatechnik